Unidad 7. Gira y gira sin parar

A veces, la vida es una noria

Movimiento circular y aceleración centrípeta

Hemos estudiado que si en un movimiento rectilíneo modificamos la velocidad del objeto, aparece el concepto de aceleración lineal.

¿Qué ocurre si el módulo de la velocidad es constante, pero el movimiento no es rectilíneo sino circular? También aparece una aceleración: la aceleración centrípeta (el objeto se mueve atraído por un centro).

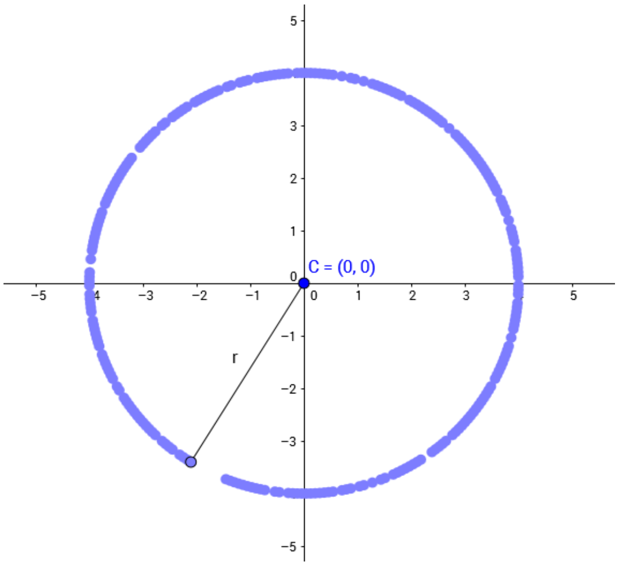
Ejemplos de movimientos con aceleración centrípeta: un cubo atado a una cuerda que hacemos girar en el aire, o el movimiento de los planetas alrededor del Sol (no describen exactamente una circunferencia, sino una elipse, pero es una buena aproximación).

Esta aceleración centrípeta provoca que el objeto cambie de dirección a cada instante, generando en su movimiento la forma de una circunferencia. Importante: el módulo de la velocidad lineal (m/s) se mantiene constante en los ejemplos que vamos a estudiar en este tema.

Ángulos y circunferencia

Una circunferencia tiene un centro C y un radio r. La distancia de cualquier punto de la circunferencia al centro es constante e igual al radio.

En la siguiente circunferencia el centro $C(0,0)$ se encuentra en el origen de coordenadas. El radio $r=4\ m$ indica la distancia del centro a cualquier punto de la circunferencia



Un objeto que se mueve alrededor de la circunferencia, en un giro completo, avanza una distancia igual al perímetro de la circunferencia. ¿Cómo calcular la longitud de ese perímetro?

Una circunferencia genera un ángulo de 360° , pero los ángulos expresados en grados no nos sirven para conocer el perímetro de la circunferencia. Debemos usar una unidad un poco rara para los ángulos, llamada radianes.

$$180^{\circ}=\pi \quad radianes \quad \rightarrow \quad \pi=3,141592... \quad \rightarrow \quad \pi \simeq 3,14$$

Una circunferencia con 360° genera un ángulo de $2\pi \quad radianes$. Y el perímetro de la circunferencia se puede obtener de la forma:

$$Perímetro=2\pi r$$

Ejemplo: Si una circunferencia tiene un radio $r=4 \quad m$, ¿cuánto vale su perimetro?

$$Perímetro=2\cdot 3,14\cdot 4=25,12\, m$$

Completa en tu cuaderno. Sistema de referencia para distancia y tiempo

CUADERNO

1. Aplicar factores de conversión para pasar los siguientes ángulos de grados a radianes.

a) 30º   b) 90º

c) 270º   d) 315º

2. Obtener el perímetro del movimiento de los planetas alrededor del Sol (suponemos movimiento circulares).

Los radios planetarios se ofrecen en relación al radio de órbita de la Tierra alrededor del Sol, llamada Unidad Astronómica y cuyo valor aproximado es $1\, UA \simeq 150.000.000\, km=15\cdot 10^{10}\, m$.

a) Mercurio $(0,39\, UA)$ b) Venus $(0,72\, UA)$

c) Tierra $(1\, UA)$ d) Marte $(1,53\, UA)$

e) Júpiter $(5,20\, UA)$ f) Saturno $(9,54\, UA)$

g) Urano $(19,19\, UA)$ h) Neptuno $(30,06\, UA)$

Velocidad en el movimiento circular y fórmula de la aceleración centrípeta

Si dividimos el perímetro de la circunferencia entre el tiempo que tarda un objeto en realizar un giro completo, tendremos la **velocidad del movimiento circular**.

$$v=\frac{2\pi r}{t} \rightarrow \text{unidades} \quad m/s$$

Si esta velocidad la dividimos por el radio, tendemos lo que se conoce como **velocidad angular** (que indica el número de radianes que avanza el objeto por unidad de tiempo).

$$\omega=\frac{v}{r} \rightarrow \text{unidades} \quad radianes/s$$

La **aceleración centrípeta** se obtiene con la fórmula:

$$a_{centrípeta}=\frac{v^2}{r} \rightarrow \text{unidades} \quad m/s^2$$

Ejemplo: un objeto tarda $10\,s$ en completar un giro alrededor de una circunferencia de $4\,m$ de radio. ¿Cuál es la velocidad del objeto? ¿Cuál es su velocidad angular? ¿Cuál es su velocidad centrípeta?

$$v=\frac{Perímetro}{tiempo}=\frac{2\pi r}{t}=\frac{2\cdot 3{,}14\cdot 4}{10}=2{,}51\,m/s$$

$$\omega=\frac{v}{r}=\frac{2{,}51}{4}=0{,}63\,radianes/s$$

$$a_{centrípeta}=\frac{v^2}{r}=\frac{(2{,}51)^2}{4}=1{,}58\,m/s^2$$

Completa en tu cuaderno. Problema de aplicación de las fórmulas

3. Marte se encuentra a $1{,}53\,UA$ de distancia del Sol. Y realiza un giro completo de su órbita cada $1{,}88\,años$. Obtener la velocidad del movimiento “circular” de giro (en m/s y en km/h), la velocidad angular y la aceleración centrípeta.

Fuerza centrípeta. Leyes de Newton

En temas anteriores hemos estudiado la fuerza peso, que es la fuerza con que el centro de la Tierra atrae a un objeto de masa m .

Si el objeto se encuentra en las proximidades de la superficie terrestre, sabemos que la aceleración de la gravedad será igual a $g=9{,}82\,m/s^2$. Y la fórmula que nos da la fuerza peso es:

$$F_{Peso}=m\cdot g$$

Si te fijas bien, la fórmula es igual a la masa del objeto por la aceleración gravitatoria. Si sustutimos la aceleración gravitatoria por la aceleración centrípeta, tendremos lo que se conoce como fuerza centrípeta:

$$F_{centrípeta}=m\cdot a_{centrípeta} \quad \rightarrow \quad F_{centrípeta}=m\cdot\frac{v^2}{r}$$

Esta es la fuerza que genera el movimiento circular de cualquier objeto de masa m orbitando con velocidad v alrededor de otro objeto con un radio r (por ejemplo, la Tierra orbitando alrededor del Sol, o un satélite orbitando alrededor de la Luna).

Una consecuencia que podemos sacar es que la fórmula $Fuerza=masa\cdot aceleración$ siempre se cumple. Esta fórmula se conoce como segunda ley de Newton, y es válida para un montón de casos prácticos de la vida cotidiana (movimiento de coches, de norias, de columpios, de satélites, de planetas, etc.).

La fórmula forma parte de lo que se conoce como las **leyes de Newton**, que son tres:

1. Todo cuerpo sobre el que no actúa ninguna fuerza, mantiene su estado de movimiento, ya sea en reposo, o en movimiento rectilíneo uniforme (también conocido como ***principio de Galileo***)

2. Todo cuerpo sobre el que actúa una fuerza se mueve de una forma proporcional a su masa, según la fórmula $Fuerza=masa\cdot aceleración$.

3. Siempre que un cuerpo ejerce una fuerza sobre otro, este segundo cuerpo ejerce una fuerza igual y de sentido contrario sobre el primero (**principio de acción-reacción**)

Completa en tu cuaderno. Estación Espacial Internacional

4. Busca internet información de la masa de la Estación Espacial Internacional, de la velocidad a la que orbita y a la altura que lo realiza respecto al centro de la Tierra. Con esos datos, calcula la fuerza centrípeta que provoca su movimiento.

Práctica a realizar. Sistema Solar y estimación del número PI

Materiales necesarios

Papel continuo negro, hojas A3 en blanco, cinta aislante y rotuladores. Compás, escuadra, cartabón y regla

¿Qué debes hacer en la práctica?

Se distribuye un planeta del Sistema Solar por grupo (desde Mercurio hasta Neptuno). Cada grupo debe recortar una circunferencia de papel continuo negro según las dimensiones del radio del planeta (tomaremos $1\,km$ de la siguiente tabla como $0{,}001\,cm$).

Radio ecuatorial de los planetas

Mercurio → $2.440\,km$

Venus → $6.052\,km$

Tierra → $6.378\,km$

Marte → $3.397\,km$

Júpiter → $71.492\,km$

Saturno → $60.268\,km$ (ojo, alrededor de Saturno están sus anillos)

Urano → $25.559\,km$

Neptuno → $24.746\,km$

En el siguiente enlace podemos ver los colores aproximados de los planetas, según NASA.

https://ciencia.nasa.gov/ciencias-especiales/11jul_cobaltblue

Además de pintar los planetas cada grupo debe realizar una hoja anexa A3 con la siguiente información: nombre del planeta, radio del planeta en km , distancia al Sol en UA y periodo orbital en años. Todo este material decorará el techo de la clase, por lo que es importante que el texto de la hoja anexa pueda visualizarse correctamente.

El profesor hace el Sol, sabiendo que su radio es tan enorme $(695.700\,km)$ que no podemos mantener la misma escala de los planetas. Por lo tanto, con un sector circular del Sol es suficiente. Este sector circular irá en una esquina del techo de la clase y el resto de planetas alrededor (sabiendo que por problemas de dimensión del aula no podemos mantener la proporción exacta entre las distancias de cada planeta respecto al Sol).

Además, como complemento, el profesor va a proyectar la imagen de una circunferencia inscrita en un cuadrado con la idea de estimar el valor del número π , que tanto hemos utilizado en este tema.

Partimos de lo siguiente: el radio de la circunferencia es r y está inscrita dentro de un cuadrado.

El área de la circunferencia es → $\pi \cdot r^2$

El área del cuadrado que rodea a la circunferencia es base por altura → $(2\mathrm{r})\cdot(2\mathrm{r})=4r^2$

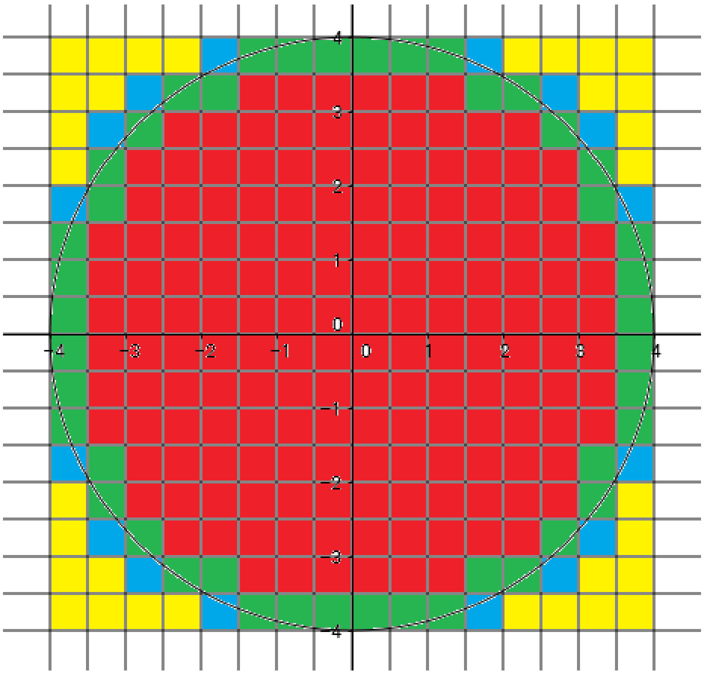
Si dividimos el área de la circunferencia entre el área del cuadrado tendremos:

$$\frac{A_{Circunferencia}}{A_{cuadrado}}=\frac{\pi r^2}{4r^2}=\frac{\pi}{4}\simeq 0{,}79$$

Si de alguna forma experimental obtenemos el área de la circunferencia y el área del cuadrado, y los dividimos, el resultado será el número π dividido por 4 .

¿Cómo podemos conseguirlo? Con ayuda de la siguiente imagen.

Cada fila y cada columna están formadas por 16 cuadraditos



La imagen aparece segmentada en pequeños cuadrados, que forman a su vez un cuadrado grande.

Tenemos 16 filas y 16 columnas de cuadraditos, por lo que dentro del cuadrado grande tendremos $16\cdot 16=256$ cuadraditos.

Vamos a suponer que cada cuadradito tiene de lado $1\,m$. Por lo que cada cuadradito tiene un área de $1\,m^2$. En consecuencia, el área del cuadrado grande será → $A_{cuadrado}=16\cdot 16=256\,m^2$

Para obtener el área de la circunferencia debemos contar los cuadraditos que están dentro de la circunferencia. Sabiendo que:

- En rojo están los cuadraditos que se encuentran por completo dentro de la circunferencia.
- En verde están los cuadraditos con la mayor parte de su superficie dentro de la circunferencia.
- En azul están los cuadraditos con la menor parte de su superficie dentro de la circunferencia.
- En amarillo están los cuadraditos que se encuentran por completo fuera de la circunferencia.

Completa en tu cuaderno la siguiente tabla.

Color	**Número de cuadraditos**
Rojo	
Verde	
Azul	
Amarillo	
Total	**256**

Vamos a obtener contando cuadraditos una aproximación a $\frac{\pi}{4} \simeq 0{,}79$.

Todos los cuadraditos que tienen parte de su superficie dentro de la circunferencia son la suma de los rojos, los verdes y los azules.

Calcula → $\frac{Rojos+Verdes+Azules}{256}$ =

Si solo consideramos los cuadrados que están por completo dentro de la circunferencia, usaremos únicamente los rojos.

Calcula → $\frac{Rojos}{256}$ =

Una opción intermedia es considerar los rojos y los verdes.

Calcula → $\frac{Rojos+Verdes}{256}$ =

Informe a entregar

¿Qué debes entregar como informe final de grupo?

Cada grupo grupo debe entregar el planeta que le corresponde completamente pintado, con la hoja anexa que contenga el nombre del planeta, radio del planeta en km, distancia al Sol en UA y periodo orbital en años. Todo este material decorará el techo de la clase, porlo que es importante que el texto de la hoja anexa pueda visualizarse correctamente.

Además, cada alumno debe entregar su cuaderno con la estimación del número π (con todos los cálculos realizados).

Calificación de la Unidad Didáctica

¿Qué se califica y cómo?

La Unidad Didáctica se evalúa de 0 a 10 según las siguientes actividades de calificación.

Planeta pintado, respetando la medida del radio a escala y valorándose el acabado (grupal). **3 puntos**.

Hoja anexa con nombre del planeta, radio del planeta en km , distancia al Sol en UA y periodo orbital en años. Se valorará la precisión de los cálculos y la presentación clara y elegante (grupal). **4 puntos**.

Estimación del número π , con todos los cálculos empleados (individual). **3 puntos**.

Si el profesor, que supervisa continuamente el trabajo de cada equipo, estima que un alumno no aporta nada al grupo ni se implica adecuadamente en la actividad, puede solicitarle que realice de manera individual toda la práctica y/o el informe un día por la tarde para poder ser calificado. El profesor también puede excluir a ese alumno de la nota grupal.

Si un alumno falta el día de realización de la práctica, debe pedir los datos a a un compañero y realizar en casa un informe que contenga toda la información de la sesión. El alumno tiene de plazo hasta la siguiente sesión de práctica para entregar su informe. De no hacerlo, la actividad se le califica como 0.