

Tema 5. Dinámica. Aceleración y MRUA

65.0. Guión de trabajo del tema

Atiende a la exposición del profesor sobre los apartados 5.1 y 5.2.

El profesor determina a un grupo de alumnos para que preparen la exposición de los ejemplos del apartado 5.3. Cada alumno prepara a conciencia uno de los ejercicios y lo explica en la pizarra.

Ver vídeo “Caída libre”:

https://www.youtube.com/watch?v=yerkQ7_7bOQ (3:56 minutos)

El profesor determina a un grupo de alumnos para que preparen la exposición oral de los apartados 5.4 y 5.5.

Trabajo por equipo.

- Realizar los ejemplos propuestos en el apartado 5.6. Corregirlo conforme se realicen en la pizarra.

Atiende a la exposición del profesor sobre el apartado 5.7.

Trabajo en equipo.

- Realizar en grupo el experimento detallado en el apartado 5.8.
- Redactar el informe científico correspondiente.

5.1. Movimiento rectilíneo uniformemente acelerado (MRUA)

En temas anteriores hemos estudiado la cinemática, como la rama de la Física que describe el movimiento de los objetos a partir de su posición y su velocidad.

Pero, ¿por qué existe el movimiento? ¿Por que un objeto cambie su velocidad? Esto es lo que estudia la dinámica, la rama de la Física que se pregunta por las causas que provocan el movimiento.

Si recuerdas, en cinemática hemos estudiado movimientos en línea recta con velocidad constante, que hemos llamado movimientos rectilíneos uniformes (MRU). La experiencia nos dice que, en la vida práctica, es muy difícil mantener siempre la misma velocidad. Cuando viajamos en coche, por ejemplo, a veces aceleramos, a veces frenamos y a veces paramos por completo.

Es decir, lo normal es que el valor numérico de la velocidad (módulo) cambie a lo largo del movimiento. En estos casos hablaremos de movimiento rectilíneo uniformemente acelerado (MRUA), para indicar que el movimiento de un objeto entre dos posiciones no mantiene la velocidad constante.

Aparece una palabra nueva: aceleración. Si hay aceleración, hay cambio de velocidad. La aceleración es uno de los conceptos clave de la dinámica.

5.2. Concepto de aceleración

Hemos definido la velocidad como una magnitud física que mide cómo de rápido cambia la posición de un objeto en función del tiempo.

La definición de aceleración es muy parecida. La aceleración es una magnitud física que mide cómo de rápido cambia la velocidad de un objeto en función del tiempo. Si la velocidad se mide en m/s y el tiempo en s, la unidad de la aceleración es el m/s². **Ojo: fijate que en el denominador aparece segundo al cuadrado.**

Al igual que la velocidad, la aceleración es una magnitud vectorial: necesita de un número, una unidad, una dirección y un sentido.

Para determinar el valor numérico de la aceleración necesitamos conocer dos velocidades del objeto para dos tiempos distintos. La velocidad inicial será v_0 , el tiempo inicial t_0 , la velocidad final v_f y el tiempo final t_f .

$$a = \frac{v_f - v_0}{t_f - t_0}$$

Nuevamente aparece un cociente. En el numerador tenemos la diferencia de velocidades y en el denominador la diferencia de tiempos.

Al igual que en temas anteriores hablamos de velocidad media, ahora hablaremos también de aceleración media. Es el valor representativo del MRUA y nos permite compararlo con otros movimientos con aceleraciones medias distintas.

¡Ojo al signo de la aceleración! Si el objeto aumenta su velocidad en un intervalo de tiempo, la aceleración es positiva. Pero si la velocidad disminuye, la aceleración es negativa.

Una aceleración negativa significa que el objeto está frenando. Y si la velocidad final se hace 0, significa que el objeto se detiene por completo.

5.3. Ejemplos resueltos de MRUA

Ejemplo 1:

Hemos medido la velocidad de un objeto en dos instantes de tiempo. A los 4 s de iniciar el movimiento llevaba una velocidad de 15 m/s , y a los 10 s la velocidad es de 33 m/s. Calcula su aceleración en el intervalo de tiempo en que se han tomado medidas.

$$a = \frac{v_f - v_0}{t_f - t_0} \rightarrow a = \frac{33 - 15}{10 - 4} = \frac{18}{6} = 3 \text{ m/s}^2$$

El signo positivo de la aceleración significa que el coche ha ganado velocidad (ha acelerado).

Ejemplo 2:

Una característica de los coches es el tiempo que tardan en pasar de 0 a 100 km/h. Si un coche de Fórmula 1 lo hace en 3,4 s calcula su aceleración en el Sistema Internacional. En primer lugar pasamos las velocidades a m/s.

$$0 \text{ km/h} = 0 \text{ m/s}$$

$$100 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 100 \cdot \frac{1.000 \text{ m}}{1 \text{ km}} \cdot \frac{1 \text{ h}}{3.600 \text{ s}} = 27,78 \text{ m/s}$$

Y aplicamos la definición de aceleración media en MRUA.

$$a = \frac{v_f - v_0}{t_f - t_0} \rightarrow a = \frac{27,78 - 0}{3,4 - 0} = 8,17 \text{ m/s}^2$$

Ejemplo 3:

Un coche viaja a 90 km/h. De repente encuentra un obstáculo en la carretera, frena y reduce en 2 s la velocidad a 50 km/h. Calcula la aceleración en el SI. Nuevamente, pasamos las velocidades a m/s.

$$90 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 90 \cdot \frac{1.000 \text{ m}}{1 \text{ km}} \cdot \frac{1 \text{ h}}{3.600 \text{ s}} = 25 \text{ m/s}$$

$$50 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 50 \cdot \frac{1.000 \text{ m}}{1 \text{ km}} \cdot \frac{1 \text{ h}}{3.600 \text{ s}} = 13,89 \text{ m/s}$$

$$a = \frac{v_f - v_0}{t_f - t_0} \rightarrow a = \frac{13,89 - 25}{2 - 0} = \frac{-11,11}{2} = -5,55 \text{ m/s}^2$$

La aceleración es negativa porque el coche está frenando.

5.4. Fórmula general del MRUA

En cinemática trabajamos con una fórmula general para el MRU, ¿recuerdas?

$$s_f = s_0 + v_0 \cdot (t_f - t_0)$$

Esta fórmula nos permite obtener la posición final de un objeto a partir de su posición inicial, la velocidad media, el tiempo inicial y el tiempo final.

Ahora también contamos con una fórmula general que incluye el concepto de aceleración en el MRUA:

$$s_f = s_0 + v_0 \cdot (t_f - t_0) + \frac{1}{2} \cdot a \cdot (t_f - t_0)^2$$

La velocidad inicial es v_0 . La aceleración media es a . Si no hubiese aceleración, $a=0 \text{ m/s}^2$ y recuperaríamos la fórmula más sencilla del MRU.

Ejemplo 1: Una motocicleta parte del reposo y alcanza una velocidad de 54 km/h tras 20 s avanzando con aceleración constante. ¿Cuál es la aceleración de la moto? ¿Qué distancia ha recorrido en esos 20 s?

En primer lugar, pasamos la velocidad a unidades del Sistema Internacional.

$$54 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 54 \cdot \frac{1.000 \text{ m}}{1 \text{ km}} \cdot \frac{1 \text{ h}}{3.600 \text{ s}} = 15 \text{ m/s}$$

Y la aceleración media resulta:

$$a = \frac{v_f - v_0}{t_f - t_0} \rightarrow a = \frac{15 - 0}{20 - 0} = 0,75 \text{ m/s}^2$$

La posición final la obtenemos con la fórmula general del MRUA, suponiendo posición inicial $s_0=0 \text{ m}$, velocidad inicial $v_0=0 \text{ m/s}$ y tiempo inicial $t_0=0 \text{ s}$.

$$s_f = s_0 + v_0 \cdot (t_f - t_0) + \frac{1}{2} \cdot a \cdot (t_f - t_0)^2$$

$$s_f = 0 + 0 + \frac{1}{2} \cdot 0,75 \cdot (20 - 0)^2 = 150 \text{ m}$$

Ejemplo 2: Una canica se lanza con una velocidad inicial de $v_0=4 \text{ m/s}$. El suelo ofrece rozamiento, por lo que va frenando a la canica con una aceleración de $a=0,5 \text{ m/s}^2$.

- a) ¿Cuánto tiempo transcurre hasta que la velocidad de la canica llega a $v_f = 1 \text{ m/s}$?
 b) ¿Cuánto tiempo transcurre hasta que la canica se frena por completo?
 c) ¿Qué distancia recorre la canica hasta que se frena?

a) De la ecuación de la aceleración media $a = \frac{v_f - v_0}{t_f - t_0}$ sabemos que $a = -0,5 \text{ m/s}^2$ (es negativa por ser aceleración de frenado), $v_0 = 4 \text{ m/s}$ y $t_0 = 0 \text{ s}$. Podemos despejar el tiempo final de la siguiente manera:

$$t_f = \frac{v_f - 4}{-0,5} \rightarrow \text{si } v_f = 1 \text{ m/s} \rightarrow t_f = \frac{1 - 4}{-0,5} = 6 \text{ s}$$

b) En el caso de velocidad final nula \rightarrow si $t_f = \frac{v_f - 4}{-0,5}$ y $v_f = 0 \text{ m/s} \rightarrow t_f = \frac{0 - 4}{-0,5} = 8 \text{ s}$

c) De la ecuación general del movimiento $s_f = s_0 + v_0 \cdot (t_f - t_0) + \frac{1}{2} \cdot a \cdot (t_f - t_0)^2$ conocemos $s_0 = 0 \text{ m}$, $v_0 = 4 \text{ m/s}$, $t_f = 8 \text{ s}$, $t_0 = 0 \text{ s}$ y $a = -5 \text{ m/s}^2$. Sustituimos:

$$s_f = 0 + 4(8 - 0) + \frac{1}{2}(-0,5)(8 - 0)^2 = 32 - \frac{64}{4} = 32 - 16 = 16 \text{ m}$$

Ejemplo 3: Considerando $t_0 = 0 \text{ s}$, ¿cuánto tiempo transcurre para que un objeto que parte inicialmente con una velocidad de $v_0 = 2 \text{ m/s}$ y una aceleración positiva de $a = 4 \text{ m/s}^2$, recorra una distancia de 20 metros.

En la ecuación general del MRUA podemos considerar $s_0 = 0 \text{ m}$ y $s_f = 20 \text{ m}$.

$$s_f = s_0 + v_0 \cdot (t_f - t_0) + \frac{1}{2} \cdot a \cdot (t_f - t_0)^2 \rightarrow 20 = 0 + 2 \cdot (t_f - 0) + \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot (t_f - 0)^2$$

$$20 = 2t_f + 2 \cdot t_f^2 \rightarrow 2 \cdot t_f^2 + 2 \cdot t_f - 20 = 0$$

Llegamos a una ecuación de segundo grado, donde la incógnita es el tiempo final. Para trabajar con números más pequeños, podemos dividir por 2 todos los coeficientes de la ecuación de segundo grado.

$$t_f^2 + t_f - 10 = 0 \rightarrow \text{Resolvemos} \rightarrow t_f = \frac{-1 \pm \sqrt{1 - 4 \cdot 1 \cdot (-10)}}{2} = \frac{-1 \pm \sqrt{41}}{2} = \frac{-1 \pm 6,40}{2}$$

Obtenemos dos posibles soluciones para el tiempo final:

$$t_{f1} = \frac{-1 + 6,40}{2} = 2,7 \text{ s} \quad , \quad t_{f2} = \frac{-1 - 6,40}{2} = -3,7 \text{ s}$$

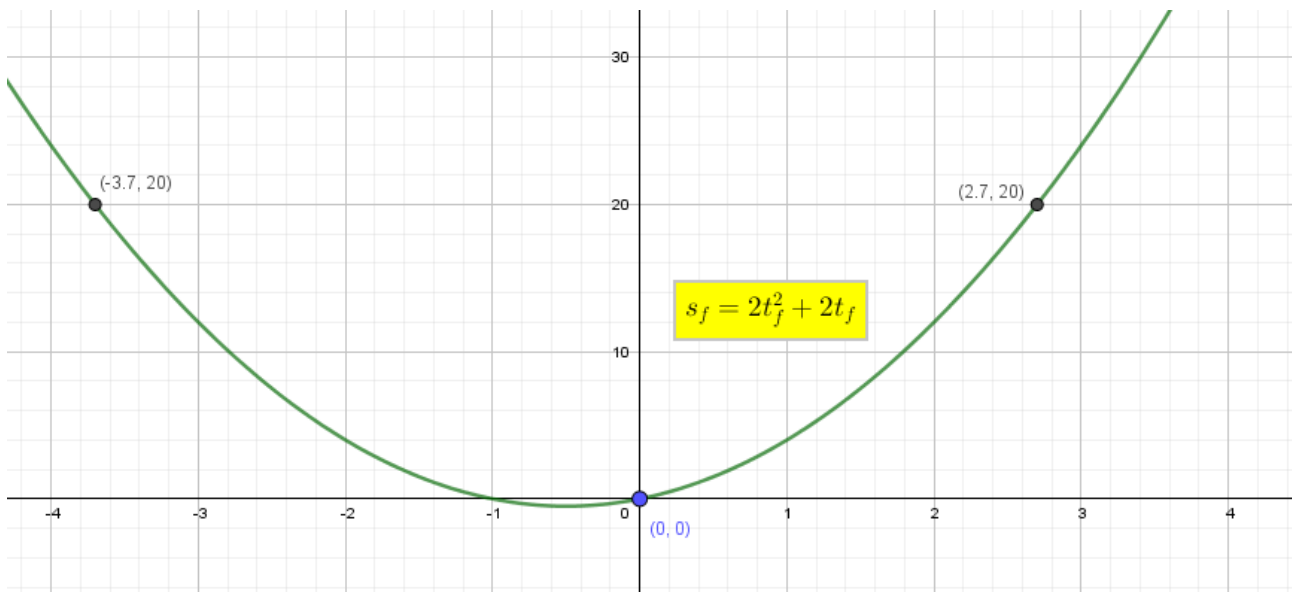
¿Con cuál de las dos soluciones nos quedamos?

Con la positiva. Si hemos supuesto que, inicialmente, el movimiento comienza para $t_0 = 0 \text{ s}$, no tiene sentido físico que hablemos de tiempos anteriores al tiempo inicial. Por lo tanto, la solución al ejercicio es $t_{f1} = 2,7 \text{ s}$.

¿Y por qué aparece el valor negativo del tiempo?

Porque la ecuación $s_f = 2t_f + 2 \cdot t_f^2$ que relaciona la distancia con el tiempo tiene fórmula de parábola. Si la representamos matemáticamente en una gráfica donde el eje horizontal es el tiempo y el eje vertical es la distancia, obtenemos la siguiente forma.

Gráfica espacio-tiempo del MRUA con ecuación $s_f = 2t_f + 2 \cdot t_f^2$



5.5. Caída libre y lanzamiento vertical

En 1590, el científico italiano Galileo Galilei fue el primero en demostrar que todos los cuerpos, ya sean grandes o pequeños, en ausencia de rozamiento o resistencia del aire, caen a la Tierra con la misma aceleración.

Cualquier cuerpo soltado desde cierta altura es atraído por la fuerza de gravitación que ejerce la Tierra y cae hacia el suelo siguiendo una trayectoria recta. Este movimiento se denomina caída libre y es un ejemplo particular del movimiento rectilíneo uniformemente acelerado.

Si despreciamos los efectos del aire en la caída de los cuerpos, todos los cuerpos caen con una aceleración constante, independientemente de su masa, forma o tamaño. Ojo, esto es una aproximación: en la atmósfera terrestre siempre existe rozamiento.

La aceleración que adquieren los cuerpos cuando caen se denomina aceleración de la gravedad o aceleración gravitacional. Se simboliza con la letra g .

El valor de la aceleración de la gravedad depende del lugar de la Tierra en que se mida. Así, mientras más cerca se encuentre un cuerpo del centro de la Tierra, mayor será la aceleración de la gravedad.

El valor promedio de la aceleración de la gravedad en la superficie terrestre es $g = 9,8 \text{ m/s}^2$.

Igual que los objetos caen por gravedad, también pueden ascender si se le imprime una velocidad inicial ascendente. Cuando lanzas un cuerpo hacia arriba (por ejemplo, una moneda), este asciende durante cierto tiempo y, luego, cae.

Cuando la moneda alcanza el punto más alto de su trayectoria rectilínea, ésta se encuentra momentáneamente con velocidad cero y se invierte el sentido del movimiento. A partir de ese instante se comporta como un objeto en caída libre.

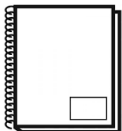
En el lanzamiento vertical, entonces, distinguimos dos movimientos: uno vertical ascendente con velocidad inicial conocida, y otro vertical descendente que se puede ver como un movimiento de caída libre con velocidad inicial cero.

Al ascender, la gravedad hace disminuir la velocidad de subida, y al descender la gravedad hace aumentar la velocidad de bajada.

Además, en el lanzamiento vertical se cumple que si el objeto asciende con velocidad inicial v_0 , al regresar al punto de lanzamiento lo hace con el mismo valor de la velocidad v_0 pero en sentido contrario.

El sentido de la velocidad y de la aceleración es importante a la hora de sustituir el signo positivo o negativo en las fórmulas. Lo veremos en los ejemplos que resolveremos más adelante.

5.6. Copia las preguntas en tu cuaderno y responde



1. Una piedra cae verticalmente en caída libre desde lo alto de un acantilado y tarda 10 s en llegar al mar. Si la aceleración de la gravedad es de $9,8 \text{ m/s}^2$, ¿cuál es la altura del acantilado desde el nivel del mar?

2. ¿Qué velocidad tendrá un objeto después de acelerar durante 5 s con una aceleración de $1,2 \text{ m/s}^2$ si inicialmente iba a una velocidad de 10 m/s?

3. ¿Cuánto tiempo tarda en llegar al suelo un balón que cae en caída libre desde 10 m de altura, sabiendo que la aceleración de la gravedad es de $9,8 \text{ m/s}^2$?

4. Desde lo alto de una ventana, a 15 m del suelo, se lanza verticalmente hacia abajo una pelota con velocidad inicial de 3 m/s. ¿Cuánto tiempo tarda la pelota en llegar al suelo?

5. Luis practica parkour. Se encuentra sobre una pared de 2 metros de altura. Salta verticalmente hacia arriba con una velocidad de impulso de 1,5 m/s y cae posteriormente al suelo. ¿Qué altura máxima alcanza Luis en su movimiento? ¿Qué tiempo tarda en llegar al suelo? ¿Con qué velocidad llega al suelo?

5.7. Gráficas velocidad-tiempo

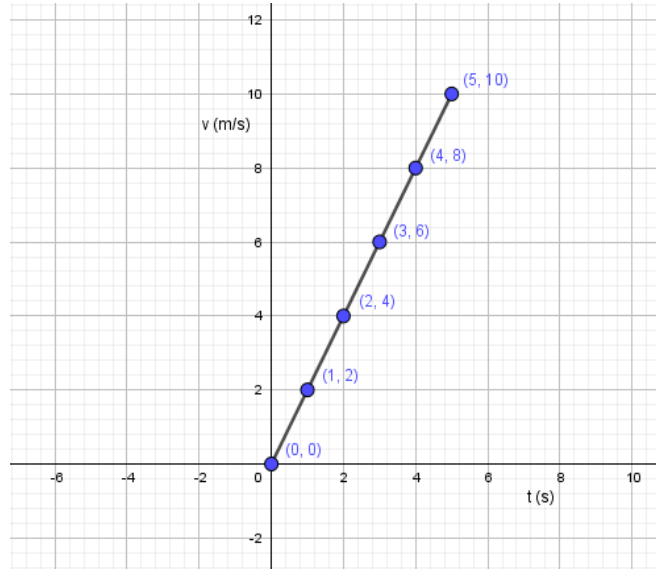
Imagina un corredor que inicia su carrera partiendo del reposo: $v_0 = 0 \text{ m/s}$. Incrementa su velocidad a razón de 2 m/s cada segundo. Es decir, su aceleración es constante e igual a 2 m/s^2 .

En la siguiente tabla se muestra la velocidad que adquiere en distintos instantes de tiempo.

| | | | | | | |
|-----------------|---|---|---|---|---|----|
| Tiempo (s) | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| Velocidad (m/s) | 0 | 2 | 4 | 6 | 8 | 10 |

Si colocamos los valores del tiempo en el eje horizontal y los valores de la velocidad en el eje vertical, tenemos una gráfica velocidad-tiempo.

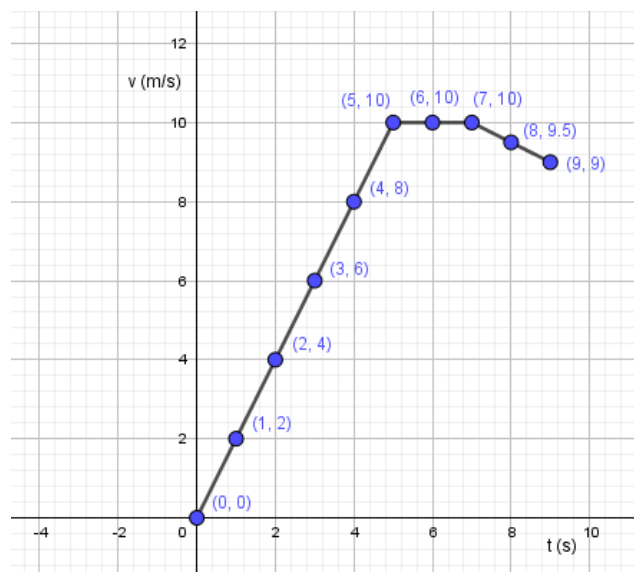
En las gráficas velocidad-tiempo la velocidad se indica en el eje vertical y el tiempo en el eje horizontal. En los MRUA aparecerá siempre una recta.



La gráfica muestra que la velocidad no es siempre la misma: aumenta de forma constante con el tiempo.

El incremento de la velocidad es directamente proporcional al intervalo de tiempo que transcurre y por eso se obtiene una línea recta inclinada. En los MRUA la gráfica velocidad-tiempo siempre va a ser una línea recta: ascendente si el objeto acelera, descendente si el objeto frena y horizontal si el objeto mantiene la velocidad constante debido a la ausencia de aceleración.

El objeto acelera desde los 0 s a los 5 s por aparecer una recta ascendente. De 5 s a 7 s mantiene una velocidad constante de 10 m/s, ya que apreciamos una recta horizontal. De 7 s a 9 s frena, ya que traza una recta descendente.



De una forma muy parecida a la que trabajamos en el tema anterior, ahora con las gráficas velocidad-tiempo

podemos obtener la aceleración del objeto con ayuda de la fórmula $a = \frac{v_f - v_0}{t_f - t_0}$ observando dos puntos diferentes del MRUA.

Por ejemplo, si en el última gráfica queremos obtener la aceleración del movimiento donde el objeto pasa del punto (7, 10) al punto (8, 9,5), operamos de la forma:

$$a = \frac{9,5 - 10}{8 - 7} = \frac{-0,5}{1} = -0,5 \text{ m/s}^2$$

Donde resulta una aceleración negativa por estar el objeto frenando.

5.8. Experimento a realizar: determinar la aceleración de la gravedad con un dinamómetro

Los materiales necesarios para la práctica son: balanza, dinamómetro y tres objetos de diferentes masas (que puedan colgarse del gancho del dinamómetro). Recuerda: **en el cuaderno personal de clase debe aparecer una descripción de 5-10 líneas de la práctica, además de la tabla que aparece a continuación con todas las medidas realizadas.**



Para medir la aceleración de la gravedad en el laboratorio, nos basamos en la expresión matemática que nos permite calcular el peso de un cuerpo a partir de su masa.

$$P = m \cdot g \rightarrow \frac{P}{m} = g$$

P → Fuerza peso (no confundir con el término coloquial “peso”). Su unidad en el Sistema Internacional es el Newton (N). En el siguiente tema estudiaremos detalladamente esta nueva magnitud física llamada fuerza.

m → Masa del objeto (medida con balanza). Su unidad en el S.I. es el kilogramo (kg).

g → Aceleración gravitatoria. Su unidad en el S.I. es metro partido segundo al cuadrado m/s^2 .

La fuerza peso la medimos con un **dinamómetro**, un instrumento de medida con una escala graduada que nos da los Newton de fuerza de los objetos que cuelgan de su gancho. Puede aprender un poco más sobre el dinamómetro en el siguiente enlace:

<http://comofunciona.co.com/dinamometro>

No olvides que la balanza y el dinamómetro son instrumentos de medida, por lo que deberás anotar su sensibilidad al completar la siguiente tabla experimental con cada uno de los objetos que encontrarás en el laboratorio.

| Medida | Objeto | Masa (sensibilidad balanza) | Peso (sensibilidad dinamómetro) | Gravedad (m/s^2) |
|----------|--------|--------------------------------|------------------------------------|--------------------------------|
| Número 1 | | | | $g_1 =$ |
| Número 2 | | | | $g_2 =$ |
| Número 3 | | | | $g_3 =$ |

Calcula la gravedad media de las tres medidas con la fórmula:

$$g_m = \frac{g_1 + g_2 + g_3}{3}$$

Debate en grupo las siguientes cuestiones y razona la respuesta:

a) ¿Dónde es mayor la aceleración de la gravedad, en el Ecuador o en los Polos? ¿Por qué?

b) Si un planeta rocoso tiene masa M y radio del centro a la superficie R , la aceleración de la gravedad en la superficie del planeta es igual a $a_{\text{gravedad}} = G \cdot \frac{M}{R^2}$. Donde G es la constante de

gravitación universal, de valor $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{N \cdot m^2}{kg^2}$. Si la masa de la Luna es $7,349 \cdot 10^{22} kg$ y su radio $1.737 km$, obtener la gravedad en la superficie lunar. ¿Cuántas veces es mayor o menor que la gravedad terrestre? ¿Cómo afectaría este resultado a la vida diaria de una persona en La Luna?

El informe de esta práctica debe incluir los siguientes contenidos:

- **Portada.** Debe indicar el título del experimento, los autores y la fecha de realización.
- **Planteamiento del problema e hipótesis.** Explicar qué es lo que se quiere estudiar en la práctica y elaborar una hipótesis previa (antes de medir) de si creemos que el resultado de la aceleración gravitatoria medida en el laboratorio será cercano o lejano al valor esperado de $9,8 m/s^2$.
- **Fundamentos científicos.** Indicar los contenidos científicos en que se basa la práctica, definiendo conceptos como aceleración media y MRUA. Explicar cómo funciona un dinamómetro y en qué se diferencia de una balanza. ¿Por qué posee el dinamómetro un muelle? Si hemos consultado alguna fuente de información para documentarnos previamente sobre el asunto, debemos citarla y señalar explícitamente la información que hemos obtenido.
- **Procedimiento y material técnico.** Explicar paso a paso todo lo que se ha hecho. Indicar todos y cada uno de los materiales empleados. Describir especialmente cuál es el procedimiento seguido para obtener el valor g_m .

Si algún miembro del grupo dibuja bien, se puede ilustrar esta parte con dibujos.

- **Resultados experimentales.** Presentar de forma ordenada, clara y precisa los resultados experimentales, utilizando la tabla anteriormente indicada. No olvidar la sensibilidad de los aparatos de medida. Indicar claramente el valor medio de la gravedad g_m .
- **Conclusiones.** Razonar, a partir de los resultados obtenidos, si nuestras hipótesis de partida han sido acertadas o no. Responder a las **cuestiones a) y b)** planteadas al final de la práctica.