

Problemas – Tema 1

Solución a problemas de Repaso 4ºESO - Hoja 20 - Problemas 2, 5, 7, 8

Hoja 20. Problema 2

Resuelto por Pablo Lupiáñez Escobar (septiembre 2014)

2. En una división el dividendo es 1275; el cociente y el resto son iguales, y el divisor es el doble del cociente, ¿Cuál es el divisor?

La x representa al resto, que es igual a cociente según el enunciado:

$$\text{Resto} = \text{Cociente} = x$$

Al ser el divisor el doble del cociente, tenemos \rightarrow Divisor = $2x$

Aplicando la prueba de la división \rightarrow cociente \cdot divisor + resto = dividendo

$$x \cdot 2x + x = 1275$$

$$2x^2 + x - 1275 = 0$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{1 - 4 \cdot 2 \cdot (-1275)}}{4} = \frac{-1 \pm 101}{4}$$

$$x_1 = -22,5$$

$$x_2 = 25$$

La solución $-22,5$ se descarta porque si fuera válida, el divisor sería -45 y con estos datos sería imposible que el dividendo fuera 1275 .

Por lo tanto 25 es el valor correcto del cociente, que multiplicado por 2 da un valor de 50 para el divisor.

Hoja 20. Problema 5

Resuelto por Alberto Yoldi Vergara (octubre 2014)

5. Resuelve

a) $7^{2x+3} - 8 \cdot 7^{x+1} + 1 = 0$

b) $3^{2x} = \sqrt{4^{x-1}}$

a) $7^{2x+3} - 8 \cdot 7^{x+1} + 1 = 0 \rightarrow 7^{2x} \cdot 7^3 - 8 \cdot 7^x \cdot 7^1 + 1 = 0$

Si $7^x = t \rightarrow 343t^2 - 56t + 1 = 0$

$$t = \frac{56 \pm \sqrt{56^2 - 1372}}{686}$$

$$t = \frac{1}{7} \rightarrow x = -1$$

$$t = \frac{1}{49} \rightarrow x = -2$$

b) $3^{2x} = \sqrt{4^{x-1}}$

Elevamos al cuadrado ambos miembros $\rightarrow 3^{4x} = 4^{x-1}$

Aplicamos logaritmo en base decimal y sacamos exponentes del logaritmo.

$$4x \cdot \log(3) = (x-1) \log(4)$$

Usamos la calculadora para obtener el valor de los logaritmos.

$$1,306x = -0,602 \rightarrow x = -0,461$$

Hoja 20. Problema 7

Resuelto por Alberto Yoldi Vergara (septiembre 2014)

7. Sabiendo que $\log(2)=0,301$ y $\log(3)=0,4771$, calcula:

a) $\log \sqrt{\frac{48\sqrt{3}}{5^3}}$

b) $\log_3 25$

a) Aplicando propiedades de logaritmo:

$$\frac{1}{2}[\log(48 \cdot \sqrt{3}) - \log(5^3)]$$

$$\frac{1}{2}[\log(3 \cdot 2^4) + \frac{1}{2}(\log 3) - 3\log(5)]$$

$$\frac{1}{2}[\log(3) + 4\log(2) + \frac{1}{2}(\log 3) - 3\log(5)]$$

$$\frac{1}{2}[\frac{3}{2}\log(3) + 4\log(2) - 3\log(5)]$$

Obteniendo con la calculadora que $\log(5)=0,6989$, y con los datos del enunciado, tenemos:

$$\frac{1}{2}[-0,1771] = -0,08855$$

b) Sabiendo la propiedad de cambio de base $\rightarrow \log_a x = \frac{\log_b x}{\log_b a}$

Aplicado a nuestro problema, y obteniendo con la calculadora $\log(5)=0,6989$:

$$\log_3 25 = \frac{\log_{10} 25}{\log_{10} 3} \rightarrow \log_3 25 = \frac{2 \log_{10} 5}{\log_{10} 3} \rightarrow \log_3 25 = \frac{1,39794}{0,4771} \rightarrow \log_3 25 = 2,9299$$

Hoja 20. Problema 8

Resuelto por Javier Bermúdez (septiembre 2014)

8. Resuelve.

$$\left(\begin{array}{l} \log x + \log(y+3) = \log 6 \\ \log \frac{x+7}{y+2} = 1 \end{array} \right)$$

Aplicamos la exponencial de base 10, de tal forma que exponencial y logaritmo son funciones inversas, cancelan entre sí, y el resultado final es el argumento inicial del logaritmo. Recordamos la siguiente propiedad: el logaritmo de un producto es la suma de los logaritmos.

$$x \cdot (y+3) = 6 \rightarrow \text{primera ecuación}$$

$$\frac{x+7}{y+2} = 10 \rightarrow \text{segunda ecuación}$$

Despejamos x en la segunda ecuación:

$$\begin{aligned} x+7 &= 10y+20 \\ x &= 10y+20-7 \end{aligned}$$

Y llevamos este valor a la primera ecuación

$$10y+13 \cdot (y+3) = 6 \rightarrow y^2+30y+13y-33=0 \rightarrow y^2+43y+33=0$$

$$y = \frac{-43 \pm \sqrt{43^2 - 4 \cdot 10 \cdot 33}}{20}$$

$$y = \frac{-43 \pm 23}{20}$$

$$y_1 = -1$$

$$y_2 = \frac{-63}{20}$$

Si $y = -1$ tenemos $\rightarrow x + 7 = -10 + 20 \rightarrow x = 3$

Si $y = \frac{-63}{20}$, tenemos $\rightarrow x = -40$

La pareja de valores $x = 3, y = -1$ hacen los argumentos de los logaritmos de partida positivos, por lo que son solución. Sin embargo la pareja $x = -40, y = -63/20$ no son solución por hacer negativo estos argumentos.