

## Teoría – Tema 1

### Valor absoluto

#### Índice de contenido

Valor absoluto de un número real.....	2
Funciones con valor absoluto.....	3

## Valor absoluto de un número real

El valor absoluto de un número real  $a$  se escribe  $|a|$  y es el mismo número  $a$  cuando es positivo o cero, y opuesto de  $a$  cuando es negativo.

$$|a| = \begin{cases} -a & \text{si } a < 0 \\ a > 0 & \text{si } a \geq 0 \end{cases}$$

El valor absoluto cumple las siguientes propiedades:

$$|a| = |-a|$$

$$|a - b| = 0 \Leftrightarrow a = b$$

$$|a \cdot b| = |a| \cdot |b|$$

$$\left| \frac{a}{b} \right| = \frac{|a|}{|b|}, \text{ si } b \neq 0$$

$$|a + b| \leq |a| + |b|$$

$$|a - b| \leq |a - c| + |c - b|$$

$$|a - b| \geq ||a| - |b||$$

$$|a| \leq b \Leftrightarrow -b \leq a \leq b \rightarrow a \in [-b, b]$$

$$|a| \geq b \Leftrightarrow \{a \leq -b\} \cup \{a \geq b\}$$

Podemos ver el valor absoluto como la distancia del número al origen  $0$  de la recta real.

### Ejemplo

$$|x - 3| = 5 \rightarrow \begin{cases} \text{si } x \geq 3 \Rightarrow x - 3 = 5 \Rightarrow x = 8 \\ \text{si } x < 3 \Rightarrow -x + 3 = 5 \Rightarrow x = -2 \end{cases}$$

### Ejemplo

$$3|5 - 4x| = 9 \rightarrow |5 - 4x| = 3 \rightarrow \text{igualamos a cero la expresión contenida en el valor absoluto} \rightarrow 5 - 4x = 0 \rightarrow x = \frac{5}{4} \rightarrow \begin{cases} \text{si } x > \frac{5}{4} \Rightarrow -5 + 4x = 3 \Rightarrow x = 2 \\ \text{si } x \leq \frac{5}{4} \Rightarrow 5 - 4x = 3 \Rightarrow x = \frac{1}{2} \end{cases}$$

## Funciones con valor absoluto

Las funciones con valor absoluto deben convertirse en funciones a trozos.

1. Igualamos a cero al función sin valor absoluto, y obtenemos las raíces.
2. Formamos intervalos con las raíces y evaluamos el signo de la función en cada intervalo.
3. En los intervalos donde la función es negativa, cambiamos el signo, creando así la función a trozos.
4. Representamos la función resultante.

Tomemos, como ejemplo,  $f(x) = |x - 3|$  .

Calculamos las raíces de  $x - 3 = 0 \rightarrow x = 3$  .

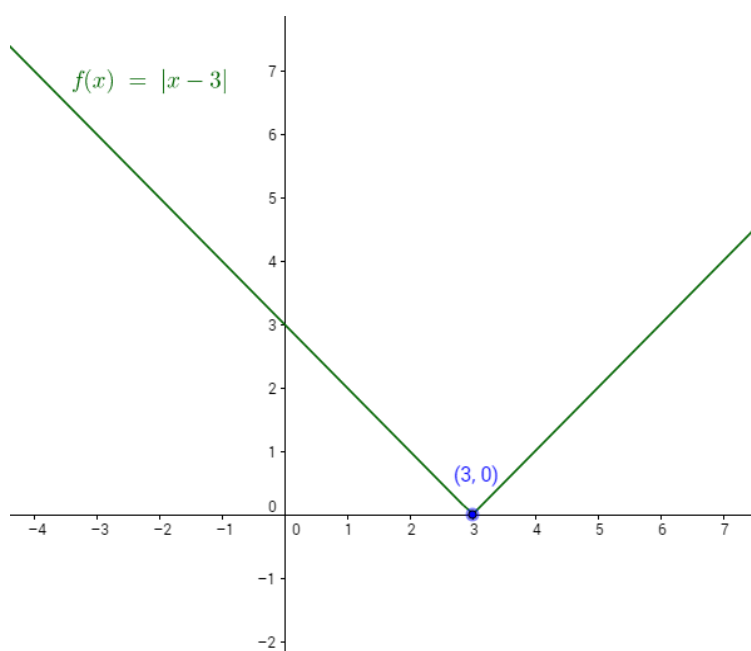
Creamos intervalos:

si  $x < 3 \rightarrow x - 3 < 0 \rightarrow$  cambiar signo en la función

si  $x > 3 \rightarrow x - 3 > 0$

Creamos la función a trozos  $\rightarrow f(x) = \begin{cases} 3 - x & \text{si } x < 3 \\ x - 3 & \text{si } x \geq 3 \end{cases} \rightarrow$  ponemos signo igual en uno de los intervalos (es indiferente donde lo coloquemos, pero solo en un intervalo).

Representamos la función, cuyo dominio son todos los números reales.



Otro ejemplo:  $f(x) = |x^2 - 5x + 6|$  .

Calculamos las raíces de  $x^2 - 5x + 6 = 0 \rightarrow x = 2$  ,  $x = 3$  .

Creamos intervalos:

$$\text{si } x < 2 \rightarrow x^2 - 5x + 6 > 0$$

$$\text{si } 2 < x < 3 \rightarrow x^2 - 5x + 6 < 0 \rightarrow \text{cambiar signo en la función}$$

$$\text{si } x > 3 \rightarrow x^2 - 5x + 6 > 0$$

Creamos la función a trozos  $\rightarrow f(x) = \begin{cases} x^2 - 5x + 6 & \text{si } x < 2 \\ -x^2 + 5x - 6 & \text{si } 2 \leq x \leq 3 \\ x^2 - 5x + 6 & \text{si } x > 3 \end{cases} \rightarrow$  El signo igual lo

colocamos en uno de los extremos, pero solo en uno (un punto solo puede tener un único valor en la función).

Representamos la función, cuyo dominio son todos los números reales.

