Teoría – Tema 1

Cuestiones básicas que provocan errores al operar

Índice de contenido

Despejar y paréntesis

Repasamos brevemente algunos despistes y "errores tontos" que arruinan con frecuencia una buena nota en los exámenes de Matemáticas.

Comenzamos despejando ecuaciones de primer grado igualadas a cero.

$3x=0 \quad \rightarrow \quad x=0-3 \quad \rightarrow \quad x=-3 \quad \rightarrow$ Noooooooooo!!!!!

$3x=0 \quad \rightarrow \quad x=\frac{0}{3} \quad \rightarrow \quad x=0 \quad \rightarrow$ Síííííííí!!!!!

Los paréntesis, esos amigos que aparecen y desaparecen.

$f(x)=2x+1 \quad \rightarrow \quad f(-1)=2-1+1 \quad \rightarrow \quad f(-1)=2 \quad \rightarrow$ Noooooooooo!!!

$f(x)=2x+1 \quad \rightarrow \quad f(-1)=2(-1)+1 \quad \rightarrow \quad f(-1)=-1 \quad \rightarrow$ Síííííííí!!!!!

Más sobre paréntesis y potencias.

$f(x)=x^2+4 \quad \rightarrow \quad f(-2)=-2^2+4 \quad \rightarrow \quad f(-2)=-4+4 \quad \rightarrow \quad f(-2)=0 \quad \rightarrow$ Noooooooo!!!

$f(x)=x^2+4 \quad \rightarrow \quad f(-2)=(-2)^2+4 \quad \rightarrow \quad f(-2)=4+4 \quad \rightarrow \quad f(-2)=8 \quad \rightarrow$ Síííííí!!!!

Al resolver una inecuación, no pases la variable x al otro lado de la igualdad multiplicando o dividiendo.

$\frac{x}{x-1} \leq \frac{2x+1}{x+5} \quad \rightarrow \quad \frac{x(x+5)}{(x-1)(2x+1)} \leq 1 \quad \rightarrow$ Nooooooooo!!!

$\frac{x}{x-1} \leq \frac{2x+1}{x+5} \quad \rightarrow \quad \frac{x}{x-1}-\frac{2x+1}{x+5} \leq 0 \quad \rightarrow \quad \frac{x(x+5-(2x+1)(x-1))}{(x-1)(x+5)} \leq 0 \quad \rightarrow$ Síííííííí!!!

Ojito al despejar en ecuaciones con logaritmos. Un error típico es:

$\ln(x+1)-\ln(x-3)=\ln(x) \quad \rightarrow \quad x+1-(x-3)=x \quad \rightarrow \quad 4=x \quad \rightarrow$ Noooooooooo!!!

$\ln(x+1)-\ln(x-3)=\ln(x) \quad \rightarrow \quad \ln(\frac{x+1}{x-3})=\ln(x) \quad \rightarrow \quad \frac{x+1}{x-3}=x \quad \rightarrow$ Síííííííí!!!!

Al resolver una ecuación con logaritmos, debemos comprobar que los valores obtenidos para x hacen positivos los argumentos de los logaritmos. Igualmente, al resolver ecuaciones con raíces cuadradas, los argumentos de las raíces no pueden ser negativos.

$\sqrt{x-1}-\sqrt{2x}=0 \rightarrow \sqrt{x-1}=\sqrt{2x} \rightarrow x-1=2x \rightarrow x=-1$ es solución → Noooooo!!

El valor $x=-1$ hace negativo el argumento de $\sqrt{x-1}$ y de $2x$ → No hay solución real

Factor común y simplificar

Si en una suma o resta de términos encontramos un factor que aparece en todos los términos, podemos aplicar factor común. Por ejemplo:

$$3x^3+2x^2+x \quad \rightarrow \quad x(3x^2+2x+1)$$

Si aplicamos esto en el numerador y denominador de una fracción, podremos simplificar. Pero ojito con las meteduras de pata.

$$\frac{1+x^2+x^4}{x^3} \rightarrow \frac{1+x^2(1+x^2)}{x^2\cdot x} \rightarrow \frac{1+\cancel{x^2}(1+x^2)}{\cancel{x^2}\cdot x} \rightarrow \frac{1+(1+x^2)}{x} \rightarrow \frac{2+x^2}{x} \rightarrow \text{Noooooooo!!!!}$$

Solo podemos tachar en numerador y denominador si el factor común afecta a todos los sumandos.

$$\frac{4x^2+2x}{8x} \rightarrow \frac{2x(2x+1)}{2x(4)} \rightarrow \frac{\cancel{2x}(2x+1)}{\cancel{2x}(4)} \rightarrow \frac{2x+1}{4} \rightarrow \text{Síííííí!!!!}$$

Exponentes negativos y fraccionarios

Todo exponente negativo puede expresarse con exponente positivo. Por ejemplo:

$$2^{-3}=\frac{1}{2^3}$$

Las raíces pueden verse como exponentes fraccionarios. Por ejemplo:

$$\sqrt{x}=x^{\frac{1}{2}}$$

$$\sqrt[3]{x}=x^{\frac{1}{3}}$$

Ojito con las raíces. A veces simplificamos a lo loco.

$\sqrt{1+x^2}=\sqrt{1}+\sqrt{x^2}=1+x$ → Noooooooo!!!!!!

Binomio de Newton

Llegamos al gran talón de Aquiles de las operaciones elementales: el binomio de Nexton o también llamadas identidades notables.

$(x+y)^2=x^2+y^2$ → Noooooooo!!!

$(x+y)^2=x^2+y^2+2xy$ → Sííííí!!!!!

$(x-y)^2=x^2-y^2$ → Noooooooo!!!

$(x-y)^2=x^2+y^2-2xy$ → Síííí!!!!

Y si tenemos tres sumandos dentro de una potencia al cuadrado, no nos podemos inventar nuevas reglas.

$(a+b+c)^2=a^2+b^2+c^2$ → Noooooooo!!!

$(a+b+c)^2=(a+b+c)(a+b+c)$ →

$(a+b+c)(a+b+c)=a^2+ab+ac+ba+b^2+bc+ca+cb+c^2=a^2+b^2+c^2+2ab+2ac+2ab$ → Síí!!