

Teoría – Tema 2

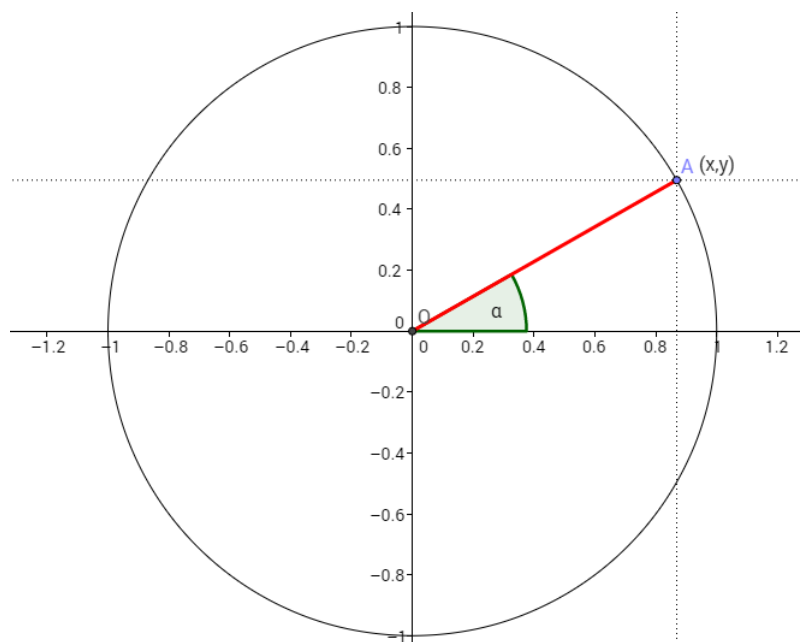
Relaciones entre razones trigonométricas

Índice de contenido

Razones fundamentales y relaciones.....	2
---	---

Razones fundamentales y relaciones

Sea la circunferencia goniométrica de radio unidad.



Sobre esta circunferencia, si consideramos un triángulo rectángulo de base x , altura y e hipotenusa 1 , ya sabemos que:

$$\operatorname{sen}(\alpha) = y \quad \operatorname{cos}(\alpha) = x \quad \operatorname{tg}(\alpha) = \frac{y}{x}$$

Con estos valores es inmediato comprender el signo de las razones trigonométricas en los cuatro cuadrantes del sistema de coordenadas.

- Primer cuadrante → seno + coseno + tangente +
- Segundo cuadrante → seno + coseno - tangente -
- Tercer cuadrante → seno - coseno - tangente +
- Cuarto cuadrante → seno - coseno + tangente -

Además, es obvio que el valor del seno y del coseno está acotado al intervalo cerrado $[-1,1]$, mientras que el valor de la tangente puede oscilar en $(-\infty, +\infty)$.

Asimismo, para cada valor del seno, el coseno y la tangente podemos definir sus valores inversos (no confundir con las funciones inversas). Estos valores inversos se definen como:

$$\operatorname{cosec}(\alpha) = \frac{1}{\operatorname{sen}(\alpha)} = \frac{1}{y} \qquad \operatorname{sec}(\alpha) = \frac{1}{\operatorname{cos}(\alpha)} = \frac{1}{x} \qquad \operatorname{cotg}(\alpha) = \frac{1}{\operatorname{tg}(\alpha)} = \frac{x}{y}$$

Por Pitágoras, en la circunferencia goniométrica de radio unidad, se cumple:

$$1^2 = x^2 + y^2$$

Sustituyendo sus valores asociados a razones trigonométricas:

$$1 = \operatorname{cos}^2(\alpha) + \operatorname{sen}^2(\alpha) \rightarrow \text{Relación fundamental de trigonometría}$$

Si dividimos todo por $\operatorname{sen}^2(\alpha)$:

$$\frac{1}{\operatorname{sen}^2(\alpha)} = \frac{\operatorname{cos}^2(\alpha)}{\operatorname{sen}^2(\alpha)} + \frac{\operatorname{sen}^2(\alpha)}{\operatorname{sen}^2(\alpha)} \rightarrow \operatorname{cosec}^2(\alpha) = \operatorname{cotg}^2(\alpha) + 1$$

Si en la relación fundamental dividimos todo por $\operatorname{cos}^2(\alpha)$:

$$\frac{1}{\operatorname{cos}^2(\alpha)} = \frac{\operatorname{cos}^2(\alpha)}{\operatorname{cos}^2(\alpha)} + \frac{\operatorname{sen}^2(\alpha)}{\operatorname{cos}^2(\alpha)} \rightarrow \operatorname{sec}^2(\alpha) = 1 + \operatorname{tg}^2(\alpha)$$