Problemas – Tema 3

Solución a problemas de Complejos - Hoja 1- Todos resueltos

Hoja 1. Problema 1

Resuelto por Juan Luís Pérez Valero (noviembre 2014)

1. Dados los complejos:

$z_1=2+3\text{i}$

$z_2=2-i$

$z_3=1+4\text{i}$

$z_4=5-2\text{i}$

Calcula $(Z_1+Z_2)\cdot(Z_3-Z_4)$

Primero pasamos todos los complejos de notación binómica a pareja de valores (sabiendo que el primer valor es la parte real del complejo y el segundo valor la parte imaginaria:

$z_1=(2,3)$, $z_2=(2,-1)$, $z_3=(1,4)$, $z_4=(5,-2)$

Resolvemos los paréntesis usando la suma y la resta de números complejos.

Suma: $(a,b)+(c,d)=(a+c,b+d) \rightarrow (z_1+z_2) \rightarrow (2,3)+(2,-1)=(2+2,3-1)=(4,2)$

Resta: $(a,b)-(c,d)=(a-c,b-d) \rightarrow (z_3-z_4) \rightarrow (1,4)-(5,-2)=(1-5,2+4)=(-4,6)$

Es decir:

$(4,2)=4+2\text{i}$

$(-4,6)=-4+6\text{i}$

Multiplicamos los complejos en forma binómica:

$(4+2i)\cdot(-4+6i)=-16+24i-8i+12i^2$

Si $i=\sqrt{-1} \rightarrow i^2=-1$. Sacando factor común i → $-16-12+i\cdot(24-8)=-28+16i$

Hoja 1. Problema 2

Resuelto por Alejandro Calancha (noviembre 2014)

2. Calcula $(2 + i)^4$

$i=\sqrt{-1}$

$(2+i)^4=(2+\sqrt{-1})\times(2+\sqrt{-1})\times(2+\sqrt{-1})\times(2+\sqrt{-1})$

$(4+4\sqrt{-1}-1)\times(4+4\sqrt{-1})$

$16+32\sqrt{-1}-24-8\sqrt{-1}+1$

$\sqrt{-1}=i$

$16+32\mathrm{i}-24-8\mathrm{i}+1$

$-7+24\mathrm{i}$

Hoja 1. Problema 3

Resuelto por Miríam Martínez Pricopi (diciembre 2015)

3. Resuelve $x^2-10x+26=0$

Resolvemos la ecuación de segundo grado.

$$x=\frac{10\pm\sqrt{100-4\cdot 26}}{2}=\frac{10\pm\sqrt{-4}}{2}=\frac{10\pm 2i}{2}$$

$$x_1=5+i \qquad x_1=5-i$$

Hoja 1. Problema 4

Resuelto por Marta Gómez (diciembre 2015)

4. Dados los complejos:

$z_1 = m + 3i$

$z_2 = 5 - 2i$

Calcula m **para que se cumpla:**

a) $z_1 \cdot z_2$ **sea un número real**

b) $z_1 \cdot z_2$ **sea imaginario puro**

a) $z_1 \cdot z_2 = (m+3i) \cdot (5-2i) = 5m + 6 + (15-2m)i$

Igualamos la parte imaginaria a cero → $15 - 2m = 0 \rightarrow m = \frac{15}{2}$

b) Igualamos la parte real a cero → $5m + 6 = 0 \rightarrow m = \frac{-6}{5}$

Hoja 1. Problema 5

Resuelto por Alejandro Muñoz de la Rosa (diciembre 2015)

5. Opera $\frac{2+3i}{1+i}$

Multiplicamos y dividimos por el conjugado del denominador.

$$\frac{2+3i}{1+i}\cdot\frac{1-i}{1-i}=\frac{2-2i+3i-3i^2}{1-i^2}=\frac{5+i}{2}=\frac{5}{2}+\frac{1}{2}i$$