Problemas – Tema 4

Solución a problemas de Repaso y Ampliación de la primera evaluación - Hoja 2 - Problemas 1, 2, 3, 4

Hoja 2. Problema 1

Resuelto por Pablo Lupiañez (enero 2015)

1. Se tienen tres lingotes compuestos del siguiente modo:

- **El primero de 20 g de oro, 30 g de plata y 40 g de cobre.**
- **El segundo de 30 g de oro, 40 g de plata y 50 g de cobre.**
- **El tercero de 40 g de oro, 50 g de plata y 90 g de cobre.**

Se pide qué peso habrá de tomarse de cada uno de los lingotes anteriores para formar un nuevo lingote de 34 g de oro, 46 g de plata y 67 g de cobre.

Primero establecemos las incógnitas:

- x es el % del primer lingote que usaremos para el nuevo lingote.
- y es el % del segundo lingote que usaremos para el nuevo lingote.
- z es el % del tercer lingote que usaremos para el nuevo lingote.

Planteamos la ecuación para el oro del nuevo lingote → $20x+30y+40z=34$

Para la plata del nuevo lingote → $30x+40y+50z=46$

Y para el cobre del nuevo lingote → $40x+50y+90z=67$

Y planteamos un sistema de tres ecuaciones con tres incógnitas:

$$\begin{pmatrix} 20x+30y+40z=34 \\ 30x+40y+50z=46 \\ 40x+50y+90z=67 \end{pmatrix}$$

Si multiplicamos la primera por $3/2$ y le restamos la segunda → $F'_2=\frac{3}{2}F_1-F_2$

$$\begin{pmatrix} 20x+30y+40z=34 \\ 5y+10z=5 \\ 40x+50y+90z=67 \end{pmatrix}$$

Si multiplicamos la primera por 2 y le restamos la tercera → $F'_3=2F_1-F_3$

$$\begin{pmatrix} 20x+30y+40z=34 \\ 5y+10z=5 \\ 10y-10z=1 \end{pmatrix}$$

Si multiplicamos la segunda por 2 y le restamos la tercera → $F'_3=2F_2-F_3$

$$\begin{pmatrix} 20x+30y+40z=34 \\ 5y+10z=5 \\ 30z=9 \end{pmatrix}$$

De la tercera fila → $z=\frac{9}{30}=0.3$

Sustituyendo en la segunda fila → $5y+3=5$ → $y=\frac{2}{5}=0.4$

Sustituyendo en la primera fila → $20x+12+12=34$ → $x=\frac{10}{20}=0.5$

La masa total del primer lingote es 90g, por lo que su 50% es 45g.

La masa del segundo lingote es igual a 120g, por lo que su 40% es 48g.

La masa del tercer lingote es 180g, y su 30% será 54g.

Sumando 45g + 48g + 54g obtenemos los 147g del nuevo lingote.

Hoja 2. Problema 2

Resuelto por Javier Bermúdez (enero 2015)

2. Resuelve aplicando el método de Gauss.

$$\left\{\begin{array}{c} 2x+2y+3z=3 \\ 4x+7y+7z=1 \\ -2x+4y+5z=-7 \end{array}\right\}$$

Dejamos la primera ecuación tal cual: F_1

La nueva segunda ecuación será: $F'_2=F_2-2\cdot F_1$

La nueva tercera ecuación será: $F'_3=F_1+F_3$

$$\left\{\begin{array}{c} 2x+2y+3z=3 \\ 3y+z=-5 \\ 6y+8z=-4 \end{array}\right\}$$

A la tercer ecuación le restamos el doble de la segunda: $F'_3=F_3-2\cdot F_2$

$$\left\{\begin{array}{c} 2x+2y+3z=3 \\ 3y+z=-5 \\ 6z=6 \end{array}\right\}$$

De la tercera ecuación obtenemos directamente el valor $z=1$ y podemos ir sustituyendo, en cascada, en el resto de ecuaciones.

$$3y+1=-5 \quad \rightarrow \quad y=-2$$

$$2x-4+3=3 \quad \rightarrow \quad x=2$$

Hoja 2. Problema 3

Resuelto por Belén Valenzuela (enero 2015)

3. Resuelve aplicando el método de Gauss.

$$\left\{\begin{array}{c} 2x+3y-5z=-11 \\ 4x-7y+2z=15 \\ -2x+4y-6z=-18 \end{array}\right\}$$

Realizamos las dos operaciones siguientes:

$$F'_2=-2F_1+F_2$$

$$F'_3=F_1+F_3$$

$$\begin{pmatrix} 2x & 3y & -5z & -11 \\ / & -13y & 12z & 37 \\ / & 7y & -11z & -29 \end{pmatrix}$$

$$F'_3=7F_2+13F_3$$

$$\begin{pmatrix} 2x & 3y & -5z & -11 \\ / & -13y & 12z & 37 \\ / & / & -59z & -118 \end{pmatrix}$$

Y obtenemos el valor de z → $-59z=-118 \rightarrow z=2$

En la segunda ecuación obtenemos el valor de y → $y=-1$

Y en la primera obtenemos el valor de x → $x=1$

Hoja 2. Problema 4

Resuelto por Ana García (2015)

4. Resuelve aplicando el método de Gauss.

$$\begin{pmatrix} x-2y+3z=\frac{1}{2} \\ 4x+y-z=\frac{13}{6} \\ 2x-y+3z=\frac{3}{2} \end{pmatrix} \rightarrow F_2'=F_2-4\cdot F_1$$

$$\begin{pmatrix} x-2y+3z=\frac{1}{2} \\ 0+9y-13z=\frac{1}{6} \\ 2x-y+3z=\frac{3}{2} \end{pmatrix} \rightarrow F_3'=F_3-2\cdot F_1$$

$$\begin{pmatrix} x-2y+3z=\frac{1}{2} \\ 0+9y-13z=\frac{1}{6} \\ 0+3y-3z=\frac{1}{2} \end{pmatrix} \rightarrow F_3'=F_2-3\cdot F_3$$

$$\begin{pmatrix} x-2y+3z=\frac{1}{2} \\ 0+9y-13z=\frac{1}{6} \\ 0+0-4z=\frac{-4}{3} \end{pmatrix}$$

$$\rightarrow -4z=\frac{-4}{3}\rightarrow z=\frac{1}{3}$$

$$\rightarrow 9y-13z=\frac{1}{6}\rightarrow y=\frac{1}{2}$$

$$\rightarrow x-2y+3z=\frac{1}{2}\rightarrow x=\frac{1}{2}$$