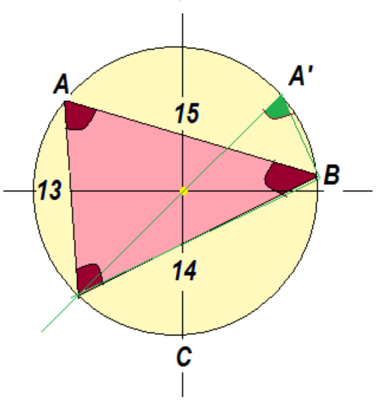
Problemas – Tema 4

Solución a problemas de Repaso y Ampliación de la primera evaluación - Hoja 8 - Problemas 1, 2, 7

Hoja 8. Problema 1

Resuelto por Gabriel Espejo (enero 2015)

1. Halla el radio de la circunferencia circunscrita al triángulo cuyos lados miden 13 m, 14 m y 15m. Calcula el área del triángulo.



Por el teorema del coseno, hallamos cos(Â), y después mediante el arcocos(Â) hallamos el ángulo Â del triángulo de la imagen.

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2 \cdot b \cdot c \cdot \cos(\hat{A})$$

$$14^2 = 13^2 + 15^2 - 2 \cdot 13 \cdot 15 \cdot \cos(\hat{A})$$

$$\frac{-198}{-390} = \cos(\hat{A}) = 0{,}507$$

$$\hat{A} \equiv arco\cos(0{,}507) = 59{,}49º$$

Aplicamos la fórmula que relaciona el Teorema del seno con el radio de la circunferencia circunscrita a un triángulo:

$$\frac{a}{sen(\hat{A})} = 2R$$

$$R = \frac{14}{sen(59{,}49)\cdot 2} = 8{,}12cm$$

El radio vale 8,12cm. Para hallar el área del triángulo, hacemos uso de la ecuación que relaciona el área con el radio de la circunferencia circunscrita:

$$S=\frac{a\cdot b\cdot c}{4\cdot R} \quad \rightarrow \quad S=\frac{13\cdot 14\cdot 15}{4\cdot 8{,}12}=84{,}05\,cm^2$$

Hoja 8. Problema 2

Resuelto por Cristina Pérez (enero 2015)

2. El producto de dos números complejos es 3i, y el cubo de uno de ellos dividido por el otro es 1/3. Calcúlalos.

$$\begin{pmatrix} Z_1 . Z_2 = 3i \\ \dfrac{(Z_1)^3}{Z_2} = \dfrac{1}{3} \end{pmatrix}$$

En notación polar:

$$Z_1 = m_\alpha$$
$$Z_2 = m'_\beta$$

$$\begin{Bmatrix} m_\alpha \cdot m'_\beta = 3\mathrm{i} \\ \dfrac{(m_\alpha)^3}{m'_\beta} = \dfrac{1}{3} \end{Bmatrix} \rightarrow \begin{Bmatrix} m_\alpha \cdot m'_\beta = 3_{90^\circ} \\ \dfrac{(m_\alpha)^3}{m'_\beta} = \left(\dfrac{1}{3}\right)_{0^\circ} \end{Bmatrix}$$

Y obtenemos un sistema para los módulos y un sistema para las fases:

$$\begin{Bmatrix} m \cdot m' = 3 \\ \dfrac{(m)^3}{m'} = \dfrac{1}{3} \end{Bmatrix} \rightarrow \text{sistema para los módulos} \rightarrow \quad m = 1 \quad , \quad m' = 3$$

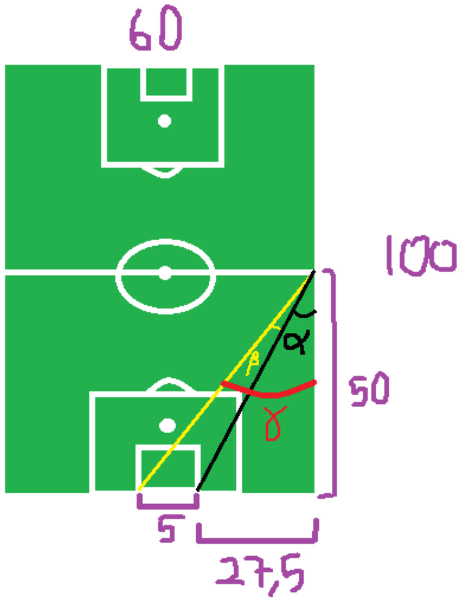
$$\begin{Bmatrix} \alpha_1 + \alpha_2 = 90^\circ \\ 3\alpha_1 - 3\alpha_2 = 0^\circ \end{Bmatrix} \rightarrow \text{sistema para las fases} \rightarrow \quad \alpha_1 = 67{,}5^o \quad , \quad \alpha_2 = 22{,}5^o$$

Solución: $z_1 = 1_{67,5^o}$, $z_2 = 3_{22,5^o}$

Hoja 8. Problema 7

Resuelto por Alberto Yoldi (enero 2015)

7. Un campo de fútbol mide 100m de largo y 60m de ancho. Una portería tiene una longitud de 5m. Un jugador se encuentra en la intersección del centro del campo con una de las líneas laterales de saque de banda. Si dispara desde esa posición, ¿qué ángulo horizontal de tiro posee para que el disparo vaya entre los dos postes de la portería?



Lo primero que tenemos que hacer es hallar el ángulo que hay entre la línea de fuera de banda hasta los 50m y los 27,5m que separan el córner y el poste de la portería más cercano (ángulo α).

Para ello utilizamos la fórmula de la tangente. Repetimos el proceso pero esta vez con los 32,5m (27,5 + 5) que hay hasta el segundo poste (ángulo γ).

Restamos ambos ángulos y nos dará el ángulo necesario para que el balón vaya entre los dos palos ($\beta=\alpha-\gamma$).

$tg\,\alpha=\frac{27,5}{50}$ $\longrightarrow$ $tg(\alpha) = 0,55 \longrightarrow \alpha = 28,81^{o}$

$tg\,\gamma=\frac{32,5}{50}$ $\longrightarrow tg\gamma=0,65 \longrightarrow \gamma = 33,02^{o}$

$\beta=\gamma-\alpha \rightarrow \beta = 33,02-28,81 \rightarrow$ **$\beta = 4,21^{o}$**