Teoría – Tema 5

Introducción al producto vectorial

Índice de contenido

¿Qué es un producto vectorial?..2
Área de un paralelogramo y de un triángulo...3

¿Qué es un producto vectorial?

El concepto de producto vectorial es propio de 2ºBachillerato, pero vamos a introducirlo brevemente en este curso por su aplicación en Física y para agilizar temario futuro.

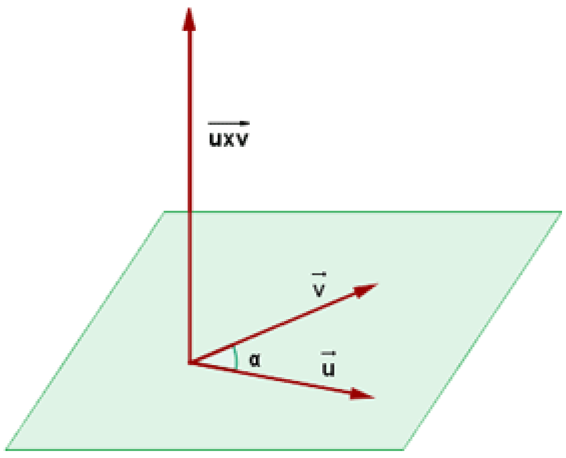
Ya conocemos el producto escalar, que da un número tras multiplicar el módulo de ambos vectores y el coseno del ángulo que forman. Y lo aplicamos a 2, 3, 4... dimensiones.

$\vec{u}\cdot\vec{v}=|\vec{u}|\cdot|\vec{v}|\cdot\cos(\alpha)$ → El producto escalar da un escalar

Ahora presentamos el producto vectorial. El resultado es otro vector (de ahí lo de "vectorial") y es un concepto especialmente útil en vectores en tres dimensiones. La dirección de este vector es perpendicular al plano que forman los vectores de inicio, con el sentido marcado por la regla de la mano derecha.

$\vec{u}\times\vec{v}$ → El producto vectorial da un nuevo vector

Imagen tomada de http://www.geoan.com/analitica/vectores/producto_cruz.html



El módulo de este nuevo vector es igual al producto de los módulos de los vectores de inicio por el seno del ángulo que forman.

$|\vec{u}\times\vec{v}|=|\vec{u}|\cdot|\vec{v}|\cdot sen(\alpha)$

Cómo obtener las coordenadas de este nuevo vector lo veremos en 2ºBachillerato. Con su módulo podemos calcular cosas bastantes útiles. Veámoslo.

Área de un paralelogramo y de un triángulo

Dados dos vectores $\vec{u}, \vec{v}$ con un origen común, si proyectamos los vectores desde sus extremos, tendremos un paralelogramo (figura plana de cuatro lados, paralelos dos a dos).

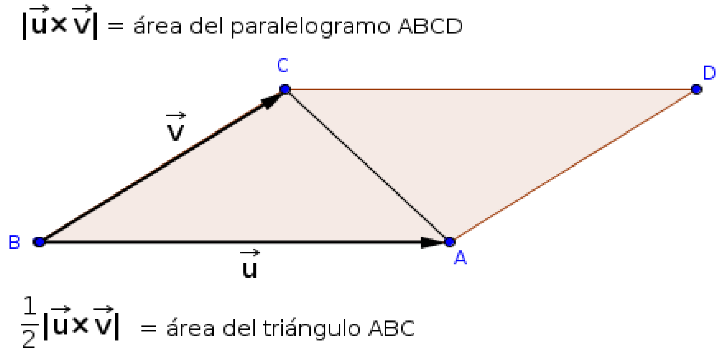
El área de este paralelogramo es igual al módulo del producto vectorial de ambos vectores.

$$A_{paralelogramo} = |\vec{u} \times \vec{v}| = |\vec{u}| \cdot |\vec{v}| \cdot sen(\alpha)$$

El paralelogramo podemos dividirlo en dos triángulos iguales. Por lo que el área de cada triángulo resulta la mitad del módulo del producto vectorial de ambos vectores.

$$A_{triángulo} = \frac{1}{2} |\vec{u} \times \vec{v}| = \frac{1}{2} |\vec{u}| \cdot |\vec{v}| \cdot sen(\alpha)$$

Imagen tomada de http://matematicasies.com/spip.php?page=imprimir&id_article=3306



Aunque el producto vectorial suele aplicarse a vectores de tres dimensiones, podemos aplicar estas fórmulas para figuras planas en cualquier dimensión dimensiones.