Problemas – Tema 6

Solución a problemas de rectas - Hoja 8 - Problemas 6, 8

Hoja 8. Problema 6

6. Halla la ecuación de la elipse centrada en el oriegn de coordenadas que pasa por $(0,4)$ **y excentricidad** $e=\frac{3}{5}$

La ecuación general de la elipse centrada en el origen es $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$

Suponemos eje mayor paralelo al eje horizontal. Cuando tengamos la solución, verificaremos si la hipótesis es cierta o si, en cambio, el eje mayor es paralelo al eje vertical.

Necesitamos determinar dos parámetros: el valor de los semiejes. Por lo tanto, necesitamos dos condiciones.

Si la elipse pasa por $(0,4)$ $\rightarrow$ $\frac{0}{a^2}+\frac{16}{b^2}=1$ $\rightarrow$ $b=4$

Por definición $e=\frac{c}{a}$. Si el enunciado afirma $e=\frac{3}{5}$ $\rightarrow$ $\frac{c}{a}=\frac{3}{5}$ $\rightarrow$ $c=\frac{3}{5}a$

Toda elipse cumple la condición $a^2=b^2+c^2$ $\rightarrow$ $a^2=16+\frac{9}{25}a^2$ $\rightarrow$ $a=5$

Quedando la elipse solución $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{16}=1$

Con el eje mayor paralelo al eje horizontal.

Hoja 8. Problema 8

8. La distancia focal de una elipse es 4. Un punto de la elipse dista de sus focos 2 y 6, respectivamente. Calcular la ecuación de dicha elipse si el centro coincide con el origen de coordenadas.

Si la distancia focla es 4 → $4=2c \quad \rightarrow \quad c=2$

La suma de las distancias de un punto de la elipse a los focos coincide con el eje mayor. Por lo tanto:

$$2+6=2a \quad \rightarrow \quad a=4$$

De la relación que cumple toda elipse → $a^2=b^2+c^2 \quad \rightarrow \quad 16=b^2+4 \quad \rightarrow \quad b=+\sqrt{12}$

La ecuación de la elipse solución resulta (suponiendo eje mayor paralelo al eje horizontal):

$$\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{12}=1$$