

Teoría – Tema 7

Distancia de un punto a una recta

Índice de contenido

Distancia de un punto P conocido a una recta r conocida.....	2
--	---

Distancia de un punto P conocido a una recta r conocida

Sea una recta $r: Ax+By+C=0$ y un punto $P(x_0, y_0)$ no perteneciente a la recta. Deseamos conocer la distancia del punto P a la recta r . Para ello, vamos a seguir el siguiente razonamiento:

1. Por el punto $P(x_0, y_0)$ vamos a trazar una recta paralela a r . Esta será la recta s .
2. Con lo aprendido en clases anteriores, vamos a obtener la distancia del origen a cada una de las rectas: $d(O, r)$, $d(O, s)$.
3. La distancia buscada del punto P a la recta r será, en valor absoluto, igual a la diferencia $|d(O, s) - d(O, r)|$.

Conocida la ecuación general de la recta, sabemos la pendiente de la recta: $m_r = \frac{-A}{B}$.

Por lo tanto, todas las rectas paralelas a r tendrán la misma pendiente m_r . Es decir, si s es paralela a $r \rightarrow m_s = m_r$. Y vamos a trazar esta recta s para que pase por el punto conocido $P(x_0, y_0)$.

La ecuación general de la recta s comparte con la ecuación general de la recta r el factor de proporción $m_s = m_r = \frac{-A}{B}$, por lo que podemos escribir $s: Ax+By+C'=0$.

Esto ya lo sabíamos: Si dos rectas comparten los términos A y B de sus ecuaciones generales, ambas rectas son paralelas. Y sus ecuaciones generales solo se distinguen en el término que no acompaña a las incógnitas x, y .

$$\left\{ \begin{array}{l} r: Ax+By+C=0 \\ s: Ax+By+C'=0 \end{array} \right\} \rightarrow \text{Dos rectas paralelas solo se distinguen en términos } C \text{ y } C'$$

¿Cómo obtener C' en la recta s ? Sabiendo que el punto $P(x_0, y_0)$ pertenece a la recta s .

$$P(x_0, y_0) \in s \rightarrow Ax_0 + By_0 + C' = 0 \rightarrow C' = -Ax_0 - By_0 = -(Ax_0 + By_0)$$

Por lo tanto:

$$\left\{ \begin{array}{l} r: Ax+By+C=0 \\ s: Ax+By-(Ax_0+By_0)=0 \end{array} \right\}$$

Llegados a este punto, recordamos el resultado obtenido en clases anteriores sobre la distancia del origen $(0,0)$ a una recta (<http://danipartal.net/pdf/1bachTema7Teoria02.pdf>).

$$d(O, r) = \frac{-C}{\sqrt{A^2+B^2}}, \quad d(O, s) = \frac{-C'}{\sqrt{A^2+B^2}} = \frac{Ax_0+By_0}{\sqrt{A^2+B^2}}$$

La distancia entre las dos rectas paralelas r y s será la diferencia entre estos dos resultados, y coincidirá con la distancia buscada entre el punto P y la recta r (tomando valor absoluto, ya que las distancias tienen sentido como número positivo).

$$d(P, r) = \left| \frac{Ax_0+By_0}{\sqrt{A^2+B^2}} - \frac{-C}{\sqrt{A^2+B^2}} \right|$$

Distancia de un punto conocido $P(x_0, y_0)$ a una recta conocida $r: Ax+By+C=0$

$$d(P, r) = \left| \frac{Ax_0+By_0+C}{\sqrt{A^2+B^2}} \right|$$