

Instrucciones:

a) Duración: 1 hora y 10 minutos.

b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**. Indica, en la primera hoja donde resuelves el examen, la opción elegida.

c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.

d) Contesta de forma razonada y escribe a bolígrafo (no a lápiz) ordenadamente y con letra clara. Las faltas de ortografía y la mala presentación pueden restar hasta un máximo de 2 puntos de la nota final (-0,25 por falta, borrón o tachón).

e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción A

Ejercicio 1.- [2,5 puntos] Resuelve $\left\{ \begin{array}{l} x^4 - 13x^2 + 36 \leq 0 \\ \frac{x}{x^2 - 4} + \frac{x}{2 - x} + \frac{1}{2 + x} < 0 \end{array} \right\}$

Ejercicio 2.- a) [1 punto] Dados los puntos $A(2,3)$ y $B(6,1)$ halla la ecuación del lugar geométrico de los puntos del plano $P(x, y)$ tales que los vectores \vec{AP} y \vec{BP} sean perpendiculares entre sí.

b) [1,5 puntos] Calcula los puntos de intersección de las siguientes cónicas y representa gráficamente las cónicas sobre los mismos ejes cartesianos, indicando sus puntos más importantes.

$$\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{12} = 1 \quad , \quad x^2 + y^2 - 6x - 1 = 0$$

Ejercicio 3.- [2,5 puntos] Estudia y representa $f(x) = \frac{1}{x - x^3}$

Ejercicio 4.- a) [0,5 puntos] Calcula $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(x+1)}{x}$

b) [0,5 puntos] Calcula el valor de k para que se verifique $\lim_{x \rightarrow \infty} (2x - \sqrt{4x^2 + kx + 1}) = 1$

c) [1,5 puntos] Un rectángulo está inscrito en un semicírculo de $\sqrt{5}$ cm de radio, de forma que uno de sus lados está contenido en el diámetro del semicírculo y el lado opuesto tiene sus vértices sobre la semicircunferencia. Calcula las dimensiones del rectángulo sabiendo que es el de mayor perímetro posible. Calcula también el valor de este perímetro máximo.

Opción B

Ejercicio 1.- a) [1,5 puntos] Un avión vuela entre dos ciudades que distan 75 km. Las visuales desde ambas ciudades hasta el avión forman con la horizontal ángulos de 36° y 12° respectivamente. Calcula la altura a la que vuela el avión y las distancias a las que se encuentra de cada ciudad, suponiendo que el avión y las ciudades están sobre el mismo plano vertical.

b) [1 punto] Resuelve
$$\begin{cases} x + y + z = 1 \\ 2x + 3y - 4z = 9 \\ x - y + z = -1 \end{cases}$$

Ejercicio 2.- [2,5 puntos] Halla las ecuaciones de las circunferencias inscrita y circunscrita al triángulo cuyos lados están sobre las rectas $r: x - y + 2 = 0$, $s: x + y = 12$ y $t: x + 4y = 18$.

Ejercicio 3.- [2,5 puntos] Estudia y representa $f(x) = \frac{1}{1+x+x^2}$

Ejercicio 4.- a) [1 punto] Sea $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ un polinomio que cumple $f(1) = 0$, $f'(0) = 2$, y tiene dos extremos relativos para $x = 1$ y $x = 2$. Determinar a, b, c y d .

b) [1 punto] Expresa el número 60 como una suma de tres enteros positivos, de forma que el mayor sea doble del primero y que el producto de los tres enteros sea máximo. Determinar el valor de dicho producto planteando un problema de optimización.

c) [0,5 puntos] Calcula
$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\ln(\operatorname{sen} x)}{(\pi - 2x)^2}$$