

Instrucciones:

a) Duración: 50 minutos.

b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**. Indica, en la primera hoja donde resuelves el examen, la opción elegida.

c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.

d) Contesta de forma razonada y escribe a bolígrafo (no a lápiz) ordenadamente y con letra clara. Las faltas de ortografía y la mala presentación pueden restar hasta un máximo de 2 puntos de la nota final (-0,25 por falta, borrón o tachón).

e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción A

Ejercicio 1.- Razona de manera justificada el dominio de las siguientes funciones.

a) [2 puntos] $f(x) = \ln(1 - 4x^2)$

b) [0,5 puntos] $f(x) = \frac{x}{x^2 + 1}$

Ejercicio 2.- a) [1,5 puntos] Indica el valor de k para que la función sea continua en $x = \frac{1}{2}$

$$f(x) = \begin{cases} \frac{3x}{2x-2} & \text{si } x \neq \frac{1}{2} \\ k & \text{si } x = \frac{1}{2} \end{cases}$$

b) [1 punto] $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1-x^3}{x(x^2+1)(x^2-1)}$

Ejercicio 3.- [2,5 puntos] Estudia las asíntotas de $f(x) = \frac{x^2}{x-1}$ (verticales, horizontales y oblicuas).

Ejercicio 4.- a) [1 punto] Dibuja sobre los mismos ejes las gráficas de $f(x) = \ln(x)$, $g(x) = \ln(x+2)$ y $g(x) = \ln(x-3)$ indicando los puntos de corte de cada función con los ejes de coordenadas.

b) [1,5 puntos] Indicar el dominio y la imagen de $f(x) = x^3 - 1$, $g(x) = e^x - 1$ y $h(x) = \frac{1}{x}$.

Opción B

Ejercicio 4.- a) [1 punto] Dibuja sobre los mismos ejes las gráficas de $f(x)=\ln(x)$, $g(x)=\ln(x+2)$ y $g(x)=\ln(x-3)$ indicando los puntos de corte de cada función con los ejes de coordenadas.

b) [1,5 puntos] Indicar el dominio y la imagen de $f(x)=x^3-1$, $g(x)=e^x-1$ y $h(x)=\frac{1}{x}$.

Ejercicio 2.- Sea $f(x)=\frac{-3x^2-7x+10}{x^2-4x-5}$.

a) [1 punto] Estudia la continuidad de la función en $x=-1$. Si no es continua, indica el tipo de discontinuidad.

b) [1 punto] Estudia la continuidad de la función en $x=5$. Si no es continua, indica el tipo de discontinuidad.

c) [0,5 puntos] ¿A cuánto tiende la función si la variable x tiende a infinito?

Ejercicio 3.- a) [1,5 puntos] $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3-\sqrt{2x^2+1}}{3x-6}$

b) [1 punto] Sea $f(x)=\frac{x+1}{x+2}$ y $g(x)=\frac{x-1}{x+3}$. Calcula $(f \circ g)(x)$ y $(g \circ f)(x)$. ¿Es $f(x)$ la inversa de $g(x)$? Razona tu respuesta.

Ejercicio 4.- [2,5 puntos] Determina a y b para que $f(x)$ sea continua en $x=0$ y $x=3$.

$$f(x) = \begin{cases} x^2+1 & \text{si } x < 0 \\ ax+b & \text{si } 0 \leq x \leq 3 \\ \frac{x^2-9}{x-3} & \text{si } x > 3 \end{cases}$$