

Instrucciones:

a) Duración: 1 hora y 10 minutos.

b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**. Indica, en la primera hoja donde resuelves el examen, la opción elegida.

c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.

d) Contesta de forma razonada y escribe a bolígrafo (no a lápiz) ordenadamente y con letra clara. Las faltas de ortografía y la mala presentación pueden restar hasta un máximo de 2 puntos de la nota final (-0,25 por falta, borrón o tachón).

e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción A

Ejercicio 1.- a) [0,5 puntos] Deriva y simplifica $f(x) = \frac{2}{7 \cdot \cos^7(2x+1)}$

b) [1 punto] Deriva y simplifica $f(x) = \frac{x^2 + \cos(x)}{e^{\frac{x^3}{3} + \sin(x)}}$

c) [1 punto] Estudia intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función $f(x) = 1 - \frac{1}{x}$

Ejercicio 2.- a) [1 punto] Calcula el número real m que cumple $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+mx)}{\sin(2x)} = 3$

b) [1,5 puntos] Estudia la monotonía (intervalos de crecimiento y decrecimiento) de $f(x) = \ln(1-x^2)$

Ejercicio 3.- [2,5 puntos] Estudia y representa gráficamente la función $f(x) = e^{-x^2}$

Ejercicio 4.- [2,5 puntos] Una compañía de cruceros ofrece un viaje para al menos 100 personas por un precio inicial de 2000 euros por persona.

Para animar las ventas decide rebajar el precio inicial en 10 euros por cada persona que rebase las 100. Así pues, si se apuntaran 120 personas, cada uno pagará $2000 - 20 \cdot 10 = 1800$ euros.

Calcula el número de personas que maximiza los ingresos de la compañía y el valor de dicho ingreso máximo.

Opción B

Ejercicio 1.- a) [0,5 puntos] Deriva y simplifica $f(x) = \frac{-2}{\ln^3(1-2x)}$

b) [1 punto] Deriva y simplifica $f(x) = \ln(e^{g(x)} \cdot \sqrt[3]{\cos^2(x)})$

c) [1 punto] Estudia intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función $f(x) = \frac{1}{1+x+x^2}$

Ejercicio 2.- a) [1 punto] Determina el punto (x, y) de la función $f(x) = x^3 - x$ donde la recta tangente a la función en ese punto tenga pendiente igual a $\frac{1}{74}$.

b) [1,5 puntos] Calcula a y b para que la función $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + 2$ pase por el punto $(-1, 6)$ y su recta tangente en $x = 1$ forme un ángulo de 45° con el eje OX.

Ejercicio 3.- [2,5 puntos] Estudia y representa gráficamente la función $f(x) = \frac{1}{\ln(x)}$

Ejercicio 4.- [2,5 puntos] Encontrar, de entre todas las rectas que pasan por el punto $(1, 2)$, aquella que forma con la partes positivas de los ejes de coordenadas un triángulo de área mínima. Obtener dicha área mínima.
