

**Instrucciones:**

**a) Duración:** 50 minutos.

**b)** Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**. Indica, en la primera hoja donde resuelves el examen, la opción elegida.

**c)** La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.

**d)** Contesta de forma razonada y escribe a bolígrafo (no a lápiz) ordenadamente y con letra clara. Las faltas de ortografía y la mala presentación pueden restar hasta un máximo de 2 puntos de la nota final (-0,25 por falta, borrón o tachón).

**e)** Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

**Opción A**

**Ejercicio 1.-** Calcula:

**a) [1 punto]**  $\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{\ln(\cos 3x)}{\ln(\cos 2x)} \right)$

**b) [1 punto]**  $\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{x^2 + x} - \sqrt{x^2 - x}$

**Ejercicio 2.- [3 puntos]** Un rectángulo está inscrito en un semicírculo de  $\sqrt{5}$  cm de radio, de forma que uno de sus lados está contenido en el diámetro del semicírculo y el lado opuesto tiene sus vértices sobre la semicircunferencia. Calcula las dimensiones del rectángulo sabiendo que es el de mayor perímetro posible. Calcula también el valor de este perímetro máximo.

**Ejercicio 3.- [2 puntos]** Calcula la ecuación explícita de la recta tangente a la función  $f(x) = x^3 - 4x$  en el punto  $x = -1$ .

**Ejercicio 4.- [3 puntos]** Representa gráficamente (calculando previamente dominio, puntos de corte con los ejes, asíntotas, extremos relativos, crecimiento, decrecimiento, puntos de inflexión, concavidad y convexidad).

$$y = x \cdot e^{-x}$$

<b>Opción B</b>
-----------------

---

**Ejercicio 1.- [3 puntos]** Calcula las asíntotas de  $f(x) = \frac{1-2x^2}{x^2-1}$ .

---

**Ejercicio 2.- [2 puntos]** Expresa el número 60 como una suma de tres enteros positivos, de forma que el mayor sea doble del primero y que el producto de los tres enteros sea máximo. Determinar el valor de dicho producto.

---

**Ejercicio 3.-** Sea  $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$  un polinomio que cumple  $f(1) = 0$ ,  $f'(0) = 2$ , y tiene dos extremos relativos para  $x = 1$  y  $x = 2$ .

**a) [2 puntos]** Determinar a, b, c y d.

**b) [1 punto]** ¿Son máximos o mínimos los extremos relativos? Calcula también la imagen de los extremos.

---

**Ejercicio 4.- [2 puntos]** Representa gráficamente (calculando previamente dominio, puntos de corte con los ejes, asíntotas, extremos relativos, crecimiento, decrecimiento, puntos de inflexión, concavidad y convexidad).

$$y = \frac{(x-2)^2}{x-3}$$

---