

**Instrucciones:**

**a) Duración:** 50 minutos.

**b)** Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**. Indica, en la primera hoja donde resuelves el examen, la opción elegida.

**c)** La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.

**d)** Contesta de forma razonada y escribe a bolígrafo (no a lápiz) ordenadamente y con letra clara. Las faltas de ortografía y la mala presentación pueden restar hasta un máximo de 2 puntos de la nota final (-0,25 por falta, borrón o tachón).

**e)** Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

**Opción A**

**Ejercicio 1.-** Sean los puntos  $P(a, 1)$  y  $Q(-2, 0)$  y el vector  $\vec{u}=(-1, 2)$

**a) [0,5 puntos]** ¿Para qué valor de  $a$  el vector  $\vec{PQ}$  tiene módulo unidad?

**b) [1 punto]** ¿Para qué valor de  $a$  el vector  $\vec{PQ}$  es perpendicular al vector  $\vec{u}$  ?

**c) [1 punto]** Para  $a=4$  obtener la mediatriz del segmento  $\overline{PQ}$  .

**Ejercicio 2.- [2,5 puntos]** Obtener  $k$  para que la función  $f(x)=\left\{\begin{array}{l} \frac{\operatorname{sen}(x)}{x} \quad \text{si } -3 < x < 0 \\ x^2+k \quad \text{si } 0 \leq x \leq 1 \\ \frac{e^{(x-1)}-1}{x^2-1} \quad \text{si } 1 < x \leq 5 \end{array}\right\}$  sea

continua en  $x=1$

**Ejercicio 3.-** Sea la función  $f(x)=\ln(x^3-4x)$  .

**a) [1 punto]** Determina el dominio de la función.

**b) [1,5 puntos]** Halla la ecuación explícita de la recta tangente en el punto  $x=-1$  .

**Ejercicio 4.- [2,5 puntos]** ¿Qué número positivo sumado a su inverso da lugar una suma mínima? Calcula el valor de la suma mínima. Plantear un ejercicio de optimización y resolverlo explicando todos los pasos.

**Opción B**

**Ejercicio 1.-** Una recta  $r$  es paralela al vector  $\vec{u}=(1,3)$  y pasa por el punto  $P(0,-2)$  .

- a) [0,5 puntos] ¿Qué ángulo forma la recta  $r$  con el semieje positivo horizontal?
- b) [1 punto] Obtener la ecuación general de la recta  $r$  .
- c) [1 punto] Obtener una recta  $s$  perpendicular a  $r$  y que pase por el origen de coordenadas.

**Ejercicio 2.- [2,5 puntos]** Sea la función definida por  $f(x)=\frac{x^2}{x-1}$  para  $x \neq 1$  .

- a) [1,5 puntos] Estudia y determina las asíntotas de la gráfica de la función.
- b) [1 punto] Halla la ecuación explícita de la recta tangente en el punto  $x=2$  .

**Ejercicio 3.- [2,5 puntos]** Calcula  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(x+1) - 2 \operatorname{sen}(x) + x \cos(3x)}{x^2}$

**Ejercicio 4.-** Sea la función  $f(x)=\frac{x}{1+x^2}$  .

- a) [1,5 puntos] Obtener los extremos relativos (obtener los valores de la abscisa y su correspondiente ordenada).
- b) [1 punto] ¿Qué valores del dominio de la función cumplen la condición  $f(x) < \frac{1}{2}$  ?