

Instrucciones:

a) Duración: 50 minutos.

b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**. Indica, en la primera hoja donde resuelves el examen, la opción elegida.

c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.

d) Contesta de forma razonada y escribe a bolígrafo (no a lápiz) ordenadamente y con letra clara. Las faltas de ortografía y la mala presentación pueden restar hasta un máximo de 2 puntos de la nota final (-0,25 por falta, borrón o tachón).

e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción A

Ejercicio 1.- Calcula:

a) [1 punto] $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{x^2 - \operatorname{sen}(x)}{x} \right)$

b) [1 punto] $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + x + 1} - x)$

Ejercicio 2.- [3 puntos] Un rectángulo está inscrito en un semicírculo de $\sqrt{5}$ cm de radio, de forma que uno de sus lados está contenido en el diámetro del semicírculo y el lado opuesto tiene sus vértices sobre la semicircunferencia. Calcula las dimensiones del rectángulo sabiendo que es el de mayor perímetro posible.

Ejercicio 3.- [2,5 puntos] Considera la función $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$. Determina a , b y c sabiendo que la recta normal a la gráfica de $f(x)$ en el punto de abscisa $x = 0$ es $y + x + 3 = 0$ y que el punto de inflexión tiene abscisa $x = 1$.

Ejercicio 4.- [2,5 puntos] Representa gráficamente (calculando previamente dominio, puntos de corte con los ejes, asíntotas, extremos relativos, crecimiento, decrecimiento, puntos de inflexión, concavidad y convexidad).

$$f(x) = \frac{x^3}{(x-3)^2}$$

Opción B

Ejercicio 1.- [2 puntos] Calcula las asíntotas de $f(x) = \frac{x^3}{(x-3)^2}$

Ejercicio 2.- [3 puntos] Un alambre de 100 m de longitud se divide en dos trozos. Con uno de los trozos se construye un cuadrado y con el otro un rectángulo cuya base es doble que su altura. Calcula las longitudes de cada uno de los trozos con la condición de que la suma de las áreas de estas dos figuras sea mínima.

Ejercicio 3.- [2 puntos] Sea $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ un polinomio con extremo relativo en $x = 1$, con punto de inflexión en $x = 3$ y que pasa por el origen de coordenadas. Determinar a, b, c.

Ejercicio 4.- [3 puntos] Representa gráficamente (calculando previamente dominio, puntos de corte con los ejes, asíntotas, extremos relativos, crecimiento, decrecimiento, puntos de inflexión, concavidad y convexidad).

$$f(x) = \frac{e^{-x}}{1-x}$$
