Problemas – Tema 1

Solución a problemas de Repaso de Matemáticas I - Hoja 21 - Problemas 6 y 7

Hoja 21. Problema 6

Resuelto por Marta Gómez (septiembre 2016)

1. Calcula las asíntota de $f(x)=\frac{x}{1+2x}$

Todo cociente de polinomios está definido en toda la recta real salvo en los valores que anulan al denominador.

$$1+2x=0 \quad \rightarrow \quad x=\frac{-1}{2}$$

Nuestro candidato a asíntota vertical es $x=\frac{-1}{2}$.

$$\lim_{x\rightarrow\frac{-1}{2}^-}\frac{x}{1+2x}=\frac{\frac{-1}{2}}{0^-}=+\infty$$

$$\lim_{x\rightarrow\frac{-1}{2}^+}\frac{x}{1+2x}=\frac{\frac{-1}{2}}{0^+}=-\infty$$

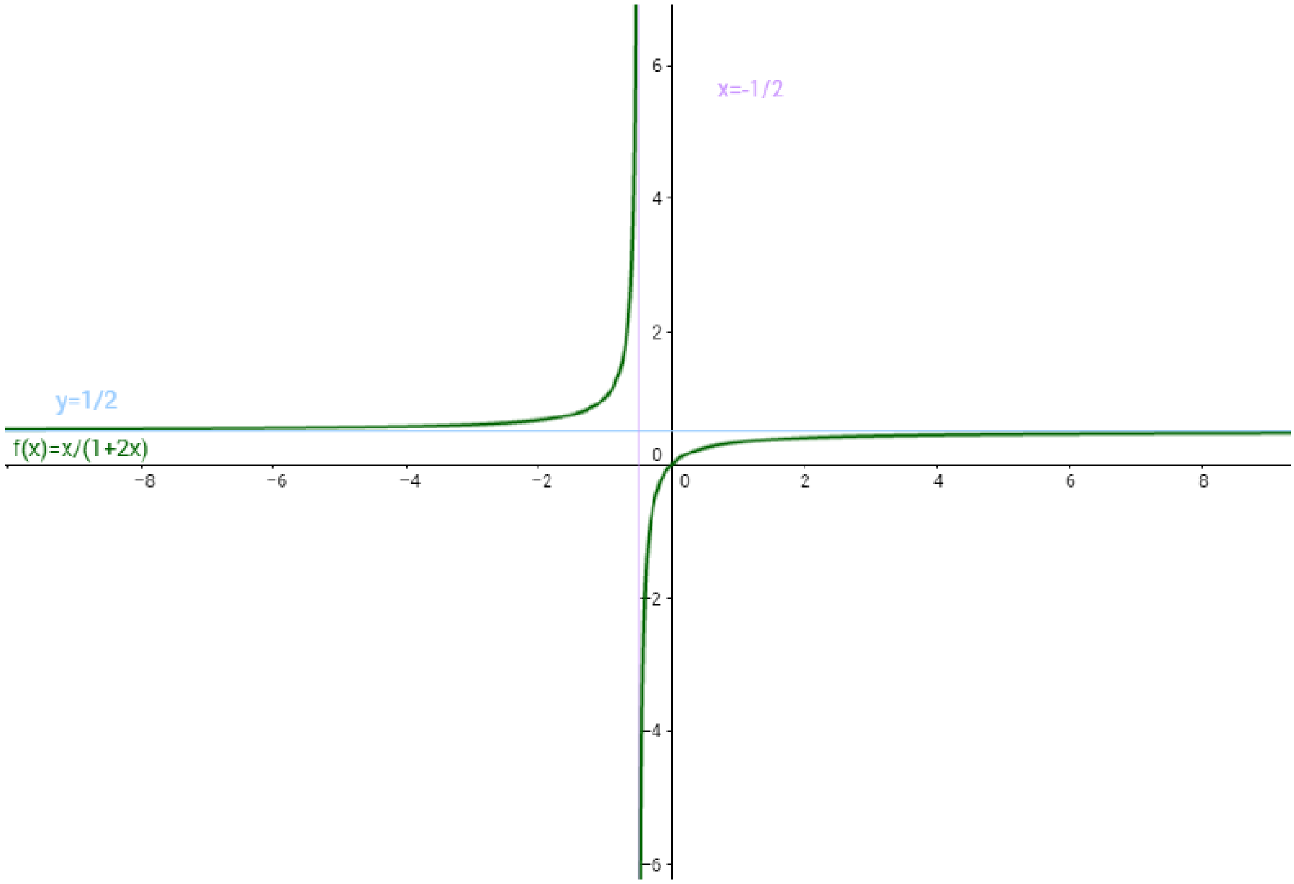
En $x=\frac{-1}{2}$ tenemos una asíntita vertical.

El estudio de la asíntota horizontal lo hacemos planteando el límite en el infinito. Como el polinomio del numerador coincide en grado con el polinomio del denominador, el límite tiende al cociente de los coeficientes de la máxima potencia de la incógnita en los polinomios. Es decir:

$$\lim_{x\to\infty}\frac{x}{1+2x}=\frac{1}{2}$$

Tenemos asíntota horizontal en la recta $y=\frac{1}{2}$.

Al existir asíntota horizontal, no existe oblicua, tal y como podemos ver en la siguiente representación gráfica.



Hoja 21. Problema 7

Resuelto por Alejandra Conde (septiembre 2016)

7. Calcula las asíntotas de $f(x)=\frac{x^3}{1+x^2}$ **.**

El numerador no se anula para ningún valor real, por lo que no tendremos asíntotas verticales.

Estudiamos el comportamiento en el infinito.

$$\lim_{x\to\infty}\frac{x^3}{1+x^2}=\infty$$

Ya que el grado del numerador es mayor que el grado del denominador. Por lo tanto, no tenemos asíntotas horizontales.

Estudiamos las oblicuas con la forma $y=mx+n$ con los siguientes límites.

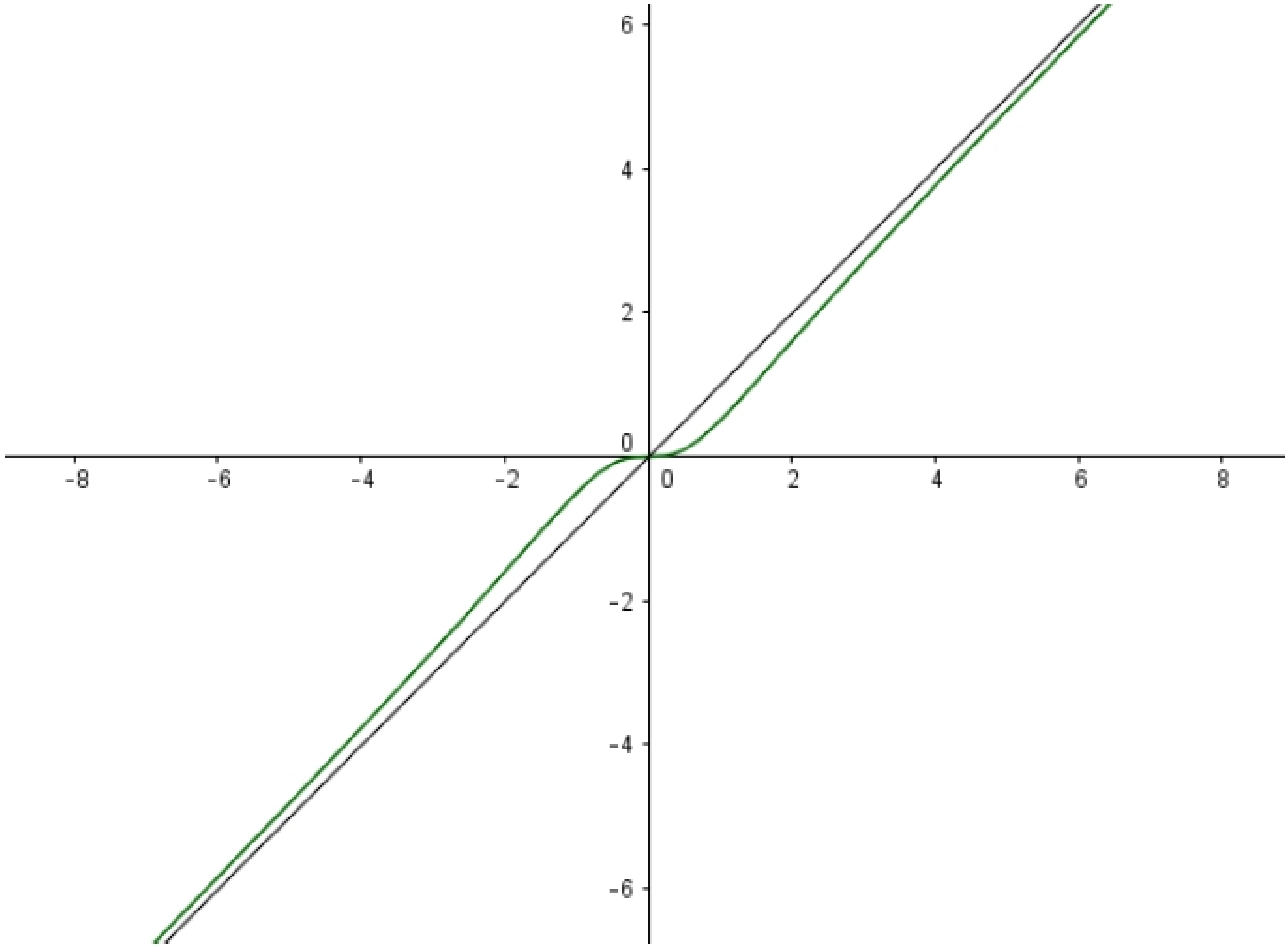
$$m=\lim_{x\to\infty}\frac{f(x)}{x}=\lim_{x\to\infty}\frac{x^3}{x+x^3}=1 \quad\rightarrow\quad m=1$$

Ya que tenemos, en el infinito, un cociente de polinomios del mismo grado.

$$m=\lim_{x\to\infty}f(x)-mx=\lim_{x\to\infty}(\frac{x^3}{1+x^2}-x)=\lim_{x\to\infty}\frac{-x}{1+x^2}=0 \quad\rightarrow\quad n=0$$

Ya que el grado del denomiador es mayor que el grado del numerador.

Nuestra asíntota oblicua queda $y=x$, tal y como podemos ver en la siguiente representación gráfica.



6
4
2
0
-2
-4
-6
-8
-6
-4
-2
0
2
4
6
8