

Instrucciones:

a) Duración: 50 minutos.

b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**. Indica, en la primera hoja donde resuelves el examen, la opción elegida.

c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.

d) Contesta de forma razonada y escribe a bolígrafo (no a lápiz) ordenadamente y con letra clara. Las faltas de ortografía y la mala presentación pueden restar hasta un máximo de 2 puntos de la nota final (-0,25 por falta, borrón o tachón).

e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción A

Ejercicio 1.- [2,5 puntos] Justificar de manera razonada por qué la función $f(x)=x^2$ definida en $f:(0,+\infty)\rightarrow(0,+\infty)$ admite inversa y por qué si la definimos en $f:(-\infty,+\infty)\rightarrow(0,+\infty)$ no admite inversa.

Ejercicio 2.- [2,5 puntos] Demostrar que la ecuación $x-e^x+4=0$ tiene, al menos, una solución negativa y una solución positiva.

Ejercicio 3.- [2,5 puntos] Calcula $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1}{\ln(x)} - \frac{1}{x-1} \right)$

Ejercicio 4.- a) [1,5 puntos] Justificar de manera razonada el dominio de $f(x)=\frac{\ln(16-x^2)}{x^2-9}$

b) [1 punto] Obtener a y b $f(x)=\begin{cases} x^2+2x & \text{si } x \leq 0 \\ a+\sqrt{x} & \text{si } 0 < x < 4 \\ \frac{bx}{x-2} & \text{si } 4 \leq x \end{cases}$ para que la función sea continua en todo su dominio de definición.

Opción B

Ejercicio 1.- [2,5 puntos] Obtener la función inversa de $f(x)=e^{x^2-1}$ y comprobar que $[f^{-1} \circ f](x)=x$ y que $[f \circ f^{-1}](x)=x$

Ejercicio 2.- [2,5 puntos] Demuestra que la función $f(x)=2+2x-e^x$ corta al eje OX en el intervalo $[-1, 1]$. Obtener el punto de corte con una precisión de una cifra decimal.

Ejercicio 3.- [2,5 puntos] Obtener a y b para que se cumpla $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{ax^2+bx+2-2\cos(x)}{3\operatorname{sen}(x^2)}=4$

Ejercicio 4.- a) [1,5 puntos] Determina el dominio y las asíntotas de $f(x)=\frac{1}{1-\sqrt{x}}$

a) [1 punto] Resuelve $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{2x+1}{x+2}\right)^{\frac{1}{x-1}}$
