

**Instrucciones:**

**a) Duración:** 50 minutos.

**b)** Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**. Indica, en la primera hoja donde resuelves el examen, la opción elegida.

**c)** La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.

**d)** Contesta de forma razonada y escribe a bolígrafo (no a lápiz) ordenadamente y con letra clara. Las faltas de ortografía y la mala presentación pueden restar hasta un máximo de 2 puntos de la nota final (-0,25 por falta, borrón o tachón).

**e)** Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

**Opción A**

**Ejercicio 1.- [2,5 puntos]** Determinar  $a$  y  $b$  para que la función sea continua en  $x=1$  y su gráfica pase por el origen de coordenadas.

$$f(x) = \begin{cases} 2x^2 - ax + b & \text{si } x < 1 \\ \frac{\ln(x) - 1}{2x + 1 - e^{2x}} & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$$

**Ejercicio 2.- [2,5 puntos]** Demuestra que la ecuación  $x^3 + x^2 + x - 1 = 0$  tiene al menos una solución real. Además, obtener esta solución con precisión de una cifra decimal.

**Ejercicio 3.- [2,5 puntos]** Calcula  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1 - \cos(x-1)}{[\ln(x)]^2}$

**Ejercicio 4.- a) [1,5 puntos]** Sea  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  la función definida por  $f(x) = \begin{cases} x+k & \text{si } x \leq 0 \\ \frac{e^{x^2} - 1}{x^2} & \text{si } x > 0 \end{cases}$ .

Calcula  $k$  para que la función sea continua en  $x=0$ .

**b) [1 punto]** Determinar, de manera razonada, el dominio de  $f(x) = \sqrt{x^2 - 5x + 4} - x$

**Opción B**

**Ejercicio 1.- [2,5 puntos]** Estudia la continuidad de la función  $f(x) = \frac{x^5 - x^8}{1 - x^6}$  y clasifica los tipos de discontinuidad.

**Ejercicio 2.- [2,5 puntos]** Demuestra que la ecuación  $x^3 + x^2 + x - 1 = 0$  tiene al menos una solución real. Además, obtener esta solución con precisión de una cifra decimal.

**Ejercicio 3.- [2,5 puntos]** Calcula  $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\ln(\operatorname{sen} x)}{(\pi - 2x)^2}$

**Ejercicio 4.- a) [1,5 puntos]** Determina el dominio y las asíntotas de  $f(x) = \frac{e^x}{x^3 - 1}$

**b) [1 punto]** ¿Para qué valor de  $b$  la función es continua en todo  $\mathbb{R}$  ?

$$f(x) = \begin{cases} x^3 - x + 1 & \text{si } x \leq 0 \\ x - b & \text{si } x > 0 \end{cases}$$