Instrucciones:

a) Duración: 50 minutos.

b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**. Indica, en la primera hoja donde resuelves el examen, la opción elegida.

c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.

d) Contesta de forma razonada y escribe a bolígrafo (no a lápiz) ordenadamente y con letra clara. Las faltas de ortografía y la mala presentación pueden restar hasta un máximo de 2 puntos de la nota final (-0,25 por falta, borrón o tachón).

e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción A

Ejercicio 1.- Calcula los siguientes límites:

a) [1 punto] $\lim_{x\to\frac{\pi}{2}} \frac{\ln(sen\, x)}{(\pi-2x)^2}$ **b) [1 punto]** $\lim_{x\to 0} \frac{\ln(x+1)}{x}$ **c) [1 punto]** $\lim_{x\to\infty} \frac{3e^{x^2}-e^x+x^3}{x^4+e^x-2e^{x^2}}$

Ejercicio 2.- [2 puntos] Indica si la siguiente afirmación es verdadera o falsa. Si es verdadera, justifica por qué lo es. Y si es falsa pon un ejemplo concreto que demuestre que es falsa.

"Si una función $f(x)$ tiene límite por la izquierda en $x=x_0$ igual al valor del límite por la derecha en $x=x_0$, la función es continua en $x=x_0$ ".

Ejercicio 3.- [2 puntos] Determinar el valor de a para que la función $f(x)=\frac{x^2-4}{x^3+x^2+ax-12}$ presente una discontinuidad evitable en el punto x = 2.

Ejercicio 4.- [3 puntos] Estudia la continuidad y discontinuidad de la función en toda la recta real.

$$f(x)=\begin{cases} 2+\cos(x) & si \quad x\le 0 \\ 1+\frac{2x}{\pi} & si \quad 0<x<\frac{\pi}{2} \\ 1+sen(x) & si \quad x\ge\frac{\pi}{2} \end{cases}$$

Opción B

Ejercicio 1.- [3 puntos] Escribe la ecuación de una función que no sea inyectiva en el intervalo cerrado $[3,7]$. Dibuja también la forma de la función en ese intervalo cerrado.

Ejercicio 2.- [2 puntos] Indica si la siguiente afirmación es verdadera o falsa. Si es verdadera, justifica por qué lo es. Y si es falsa pon un ejemplo concreto que demuestre que es falsa.

"Si una función $f(x)$ está definida en el punto $x=x_0$, de tal forma que $f(x_0)=k$, $k\in\mathbb{R}$, entonces el límite de la función en el punto $x=x_0$ es igual a k ".

Ejercicio 3.-

a) [2,5 puntos] Calcula el valor de k para que se verifique $\lim_{x\to\infty}(2x-\sqrt{4x^2+kx+1})=1$

Ejercicio 4.-

a) [2,5 puntos] Calcular a y b para que f(x) sea continua en todo $\mathbb{R}$.

$$f(x)=\begin{cases} x^2+2 & si \quad x<0 \\ \sqrt{ax+b} & si \quad 0\leq x<2 \\ \dfrac{-x}{2\cdot\sqrt{2}}+\dfrac{3}{\sqrt{2}} & si \quad x\geq 2 \end{cases}$$