Instrucciones:

a) Duración: 1 hora y 10 minutos.

b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**. Indica, en la primera hoja donde resuelves el examen, la opción elegida.

c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.

d) Contesta de forma razonada y escribe a bolígrafo (no a lápiz) ordenadamente y con letra clara. Las faltas de ortografía y la mala presentación pueden restar hasta un máximo de 2 puntos de la nota final (-0,25 por falta, borrón o tachón).

e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción A

Ejercicio 1.- [2,5 puntos] Se tiene un alambre de 1 m de longitud y se desea dividirlo en dos trozos para formar con uno de ellos un círculo y con el otro un cuadrado. Determinar la longitud que se ha de dar a cada uno de los trozos para que la suma de las áreas del círculo y del cuadrado sea mínima.

Ejercicio 2.- [2,5 puntos] Estudia la continuidad y derivabilidad de la siguiente función definida a trozos.

$$f(x)=\left\{\begin{array}{ll} x-1+\cos(x-1) & si \quad x\leq 1 \\ \dfrac{sen(x-1)}{x-1} & si \quad x>1 \end{array}\right\}$$

Ejercicio 3.- [2,5 puntos] Aplicar la definición formal de derivada para obtener la derivada de $f(x)=\sqrt{x^2-1}$.

Ejercicio 4.- [2,5 puntos] Una fábrica construye cajas de latón sin tapa de volumen $500\,cm^3$, para almacenar un líquido colorante. Las cajas tienen base cuadrada. Hallar la altura y el lado de la base de cada caja para que la cantidad de latón empleada sea mínima.

Opción B

Ejercicio 1.- Sea f : [1,+∞) → ℝ la función definida por $f(x)=\sqrt{x-1}$. Determina el punto P perteneciente a $f(x)$ que se encuentre a menor distancia del punto $A(2,0)$. ¿Cuál es esa distancia?

Ejercicio 2.- a) [1 punto] Halla la parábola que pasa por $A(-1,-11)$ y cuyo máximo absoluto sea el punto $B(3,5)$.

b) [1,5 puntos] Dadas las funciones $f(x)=x^2-ax-4$ y $g(x)=\frac{x^2}{2}+b$, halla los valores de a y b de manera que las gráficas de $f(x)$ y $g(x)$ tengan la misma recta tangente en el punto $x=3$. Halla la ecuación de esa recta tangente.

Ejercicio 3.- [2,5 puntos] Aplicar la definición formal de derivada para obtener la derivada de $f(x)=\sqrt{x^2-1}$.

Ejercicio 4.- a) [1 punto] Determina a y b para que $f(x)=\left\{\begin{matrix} e^{a\cdot x} & si & x\leq 0 \\ 2\cdot a+b\cdot sen(x) & si & 0<x \end{matrix}\right\}$ sea derivable en todo su dominio.

b) [1,5 puntos] Demuestra que la ecuación $e^x=2+x$ tiene solamente una solución positiva.