Instrucciones:

a) Duración: 50 minutos.

b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**. Indica, en la primera hoja donde resuelves el examen, la opción elegida.

c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.

d) Contesta de forma razonada y escribe a bolígrafo (no a lápiz) ordenadamente y con letra clara. Las faltas de ortografía y la mala presentación pueden restar hasta un máximo de 2 puntos de la nota final (-0,25 por falta, borrón o tachón).

e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción A

Ejercicio 1.- Sea la función $f:(0,+\infty)$ y definida por $f(x)=\frac{1}{x}+\ln(x)$.

a) [1 punto] Halla los extremos absolutos de $f(x)$ (abscisas donde se obtienen y sus ordenadas) en el intervalo $[\frac{1}{e},e]$.

b) [1 punto] Obtener los puntos de inflexión de la función en su dominio de definición.

c) [0,5 puntos] Determina la ecuación de la recta tangente y normal a la función en $x=e$.

Ejercicio 2.- a) [1,5 puntos] Demuestra que la función $f(x)=\ln(x)+x$ corta solo una vez al eje de abscisas.

b) [1 punto] Demostrar $|sen(x)-sen(y)|\leq|x-y|$ para todo x, y números reales usando el teorema del valor medio de Lagrange.

Ejercicio 3.- a) [1,5 puntos] Sea la función $f(x)=\frac{1}{x-1}$. De todas las rectas tangentes a la función en el intervalo $(1,+\infty)$, calcular la que genera el triángulo de área mínima con los semiejes positivos.

b) [1 punto] Dada la función $f(x)=\frac{x(2x+1)}{\sqrt{x+2}}$ escribe la ecuación de la recta tangente y de la recta normal a la función en el punto de abscisa $x=2$

Ejercicio 4.- [2,5 puntos] Se quiere construir un depósito abierto de base cuadrada y paredes verticales con capacidad para 13,5 metros cúbicos. Para ello se dispone de una chapa de acero de grosor uniforme. Calcula las dimensiones del depósito para que el gasto en chapa sea al mínimo posible.

Opción B

Ejercicio 1.- a) [1,5 puntos] Estudia y representa $f(x)=\frac{x^2}{x-1}$

b) [0,5 puntos] Estudia la derivabilidad en $x=0$ mediante la definición formal de derivada de la función $f(x)=x^2-3|x|+2$.

b) [0,5 puntos] Determina los puntos de inflexión de $f(x)=2\cos^2(x)$ en el intervalo $[\frac{-\pi}{2},\frac{\pi}{2}]$

Ejercicio 2.- [2,5 puntos] Sea la función $f(x)=\frac{1}{2x}+\ln(x)$ definida para $x>0$.

a) [1 punto] Determina el punto de la gráfica en el que la pendiente de la recta tangente es máxima.

b) [1 punto] Halla la ecuación de la recta tangente y normal a la gráfica en el punto de abscisa $x=1$.

c) [0,5 puntos] Halla el área del triángulo formado por la recta tangente a la función en el punto $x=\frac{1}{e}$ con los semiejes positivos de coordenadas.

Ejercicio 3.- a) [1 punto] Considera la función $f(x)=\frac{ax^2+bx+c}{x^2-4}$. Halla los valores de a, b y c para que la gráfica de $f(x)$ tenga como asíntota horizontal $y=-1$ y un mínimo en $(0,1)$.

b) [1,5 puntos] Calcula los valores de a y b para que $\lim_{x\to 0}\frac{ax^2+bx+1-e^{2x}}{sen(x^2)}=1$.

Ejercicio 4.- Se quiere construir un depósito abierto de base cuadrada y paredes verticales con capacidad para 13,5 metros cúbicos. Para ello se dispone de una chapa de acero de grosor uniforme. Calcula las dimensiones del depósito para que el gasto en chapa sea al mínimo posible.