

Instrucciones:

a) Duración: 50 minutos.

b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**. Indica, en la primera hoja donde resuelves el examen, la opción elegida.

c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.

d) Contesta de forma razonada y escribe a bolígrafo (no a lápiz) ordenadamente y con letra clara. Las faltas de ortografía y la mala presentación pueden restar hasta un máximo de 2 puntos de la nota final (-0,25 por falta, borrón o tachón).

e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción A

Ejercicio 1.- Sea la función definida por $f(x) = \frac{1}{x} + \ln(x)$ en el dominio $(0, +\infty)$.

a) [0,5 puntos] Hallar los extremos relativos.

b) [1 punto] Obtener los puntos de inflexión.

c) [1 punto] Aplica el teorema de Lagrange en el intervalo $[2,3]$ y obtén el valor que predice el teorema.

Ejercicio 2.- a) [1 punto] Sea la función $f(x) = \frac{x}{e^x}$ definida en toda la recta real. Determina el punto de la gráfica en el que la pendiente de la recta tangente es máxima (ayuda: recuerda la relación que hay entre pendiente y derivada a través de la interpretación geométrica de la derivada).

b) [1,5 puntos] Obtener el valor de la derivada de $f(x) = x^2 - 3x + 2$ en $x=0$ mediante la definición formal de derivada.

Ejercicio 3.- [2,5 puntos] Calcular $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x} - \frac{\cos(x)}{\sin(x)} \right)$

Ejercicio 4.- [2,5 puntos] Sea la función $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$. Calcula a, b, c y d sabiendo que la función tiene un extremo relativo en $(0,1)$ y un punto de inflexión en $(1,-1)$.

Opción B

Ejercicio 1.- a) [1 punto] Estudia las asíntotas de $f(x) = \frac{-3x^2+2}{x-1}$

b) [1,5 puntos] Obtener a y b para que $f(x)$ sea derivable en todo su dominio.

$$f(x) = \begin{cases} a+b \cdot x - x^2 & \text{si } x \leq 1 \\ \frac{1}{x} & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

Ejercicio 2.- a) [1 punto] Obtener el valor de x de la función $f(x) = \ln(x^2-1)$ donde la pendiente de la recta tangente a $f(x)$ sea igual a 2 .

b) [1,5 puntos] Demuestra que la ecuación $x^3+x+10=0$ tiene una única solución real.

Ejercicio 3.- [2,5 puntos] Sea la función $f(x) = -x + \frac{4}{x^2}$. Estudia los intervalos de crecimiento y decrecimiento. Calcula sus extremos relativos (abscisas donde se obtienen y valores que se alcanzan en las imágenes).

Ejercicio 4.- [2,5 puntos] Se necesita construir un depósito cilíndrico, con tapas superior e inferior, con volumen de $20\pi m^3$. El material para las tapas cuesta $10€$ por m^2 y el material para el resto del cilindro $8€$ por m^2 . Calcula el radio de las tapas y la altura del cilindro que hace que el coste total sea mínimo.