**Instrucciones:**

**a) Duración:** Recuperación extraordinaria. Tiempo estimado para su realización: 1 hora y 15 minutos.

**b)** Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**. Indica, en la primera hoja donde resuelves el examen, la opción elegida.

**c)** La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.

**d)** Contesta de forma razonada y escribe a bolígrafo (no a lápiz) ordenadamente y con letra clara. Las faltas de ortografía y la mala presentación pueden restar hasta un máximo de 2 puntos de la nota final (-0,25 por falta, borrón o tachón).

**e)** Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

## Opción A

**Ejercicio 1.-** Sea $f(x)=\frac{1}{3}x^3-4x^2-\frac{2}{3}x-4$

**a) [1 punto]** Halla los puntos de la curva en que la recta tangente es paralela a la recta $0=2\text{x}+3\text{y}-4$

**b) [0,5 puntos]** Obtener la ecuación de la recta tangente a la curva en $x=1$

**c) [1 punto]** Aplicar la definición formal de derivada para obtener la derivada de $f(x)$

**Ejercicio 2.- a) [1,5 puntos]** Halla los valores de $a$ , $b$ y $c$ para que $f(x)=\frac{ax^2+bx+c}{x^2-4}$ tenga como asíntota horizontal la recta $y=-1$ y un mínimo en $(0,1)$ .

**b) [1 punto]** Calcula los extremos relativos de la función $f(x)=\frac{x^2+x+1}{x^2+1}$

**Ejercicio 3.- a) [1,5 puntos]** Determina $a$ y $b$ para que $f(x)=\begin{cases} e^{ax} & si \quad x\leq 0 \\ 2a+b\,sen(x) & si \quad 0<x \end{cases}$ sea derivable en todo su dominio.

**b) [1 punto]** Determina los puntos de inflexión de $f(x)=2\cos^2(x)$ en el intervalo $[\frac{-\pi}{2},\frac{\pi}{2}]$ .

**Ejercicio 4.- a) [1,5 puntos]** Una fábrica construye cajas de latón sin tapa de volumen $500\,cm^3$ , para almacenar un líquido colorante. Las cajas tienen base cuadrada. Hallar la altura y el lado de la base de cada caja para que la cantidad de latón empleada sea mínima.

**b) [1 punto]** Sea $f(x)=\begin{cases} x^2+bx+c & si \quad x\leq 0 \\ \frac{\ln(x+1)}{x} & si \quad x>0 \end{cases}$ . Calcula $b$ y $c$ para que la función sea derivable en $x=0$

## Opción B

**Ejercicio 1.- a) [1 punto]** Estudiar la derivabilidad y continuidad de $f(x)$ en toda la recta real.

$$f(x)=\begin{cases} \dfrac{x}{x-1}-\dfrac{1}{\ln(x)} & si \quad x\neq 1 \\ 1 \quad si \quad x=1 \end{cases}$$

**b) [1 punto]** Calcular $a$ y $b$ para que la función sea derivable en $x=0$

$$f(x)=\begin{cases} \ln(e+sen(x)) & si \quad x<0 \\ x^3+ax+b & si \quad x\geq 0 \end{cases}$$

**c) [0,5 puntos]** Estudia la derivabilidad de $f(x)=\dfrac{tg(x)}{1+e^{tg(x)}}$

**Ejercicio 2.- a) [1 punto]** Determinar *k* para que *f(x)* sea continua y derivable en todo su dominio.

$$f(x)=\begin{cases} x+k & si \quad x\leq 0 \\ \dfrac{e^{x^2}-1}{x^2} & si \quad x>0 \end{cases}$$

**b) [1,5 puntos]** Estudia la continuidad y derivabilidad de:

$$f(x)=\begin{cases} 3x-|x|\ln(x^2) & si \quad x\leq 0 \\ 0 \quad si \quad x=0 \end{cases}$$

**Ejercicio 3.- a) [1,5 puntos]** Sea $f(x)=\begin{cases} a\sqrt{x}+bx & si \quad 0\leq x\leq 1 \\ c\ln(x) & si \quad 1<x \end{cases}$. Hallar $a$, $b$ y $c$ sabiendo que $f(x)$ es continua en $(0,+\infty)$, la recta tangente a $f(x)$ en $x=\dfrac{1}{16}$ es paralela a la recta $y=-4x+3$ y se cumple que $f'(e)=1$.

**b) [0,5 puntos]** Estudia derivabilidad en $x=0$ mediante la definición formal de derivada de la función $f(x)=x^2-3|x|+2$

**c) [0,5 puntos]** Obtener extremos relativos de $f(x)=x^2-3|x|+2$

**Ejercicio 4.- a) [1 punto]** La función $f(x)=x^3+ax^2+bx+c$ tiene extremos relativos en $x=1$ y $x=-3$, y corta a su función derivada en $x=0$. Calcula $a$, $b$ y $c$.

**b) [1,5 puntos]** Si en el apartado anterior $a=1$, $b=0$ y $c=-1$, aplica la definición formal de derivada para obtener $f'(x)$.