

Instrucciones:

a) Duración: 1 hora y 10 minutos.

b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**. Indica, en la primera hoja donde resuelves el examen, la opción elegida.

c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.

d) Contesta de forma razonada y escribe a bolígrafo (no a lápiz) ordenadamente y con letra clara. Las faltas de ortografía y la mala presentación pueden restar hasta un máximo de 2 puntos de la nota final (-0,25 por falta, borrón o tachón).

e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción A

Ejercicio 1.- [2,5 puntos] Una empresa de tomate en salsa quiere fabricar latas cilíndricas de volumen constante igual a V . ¿Cuál es el valor del radio r de la base de la lata y el valor de su altura h , para que la construcción requiera la menor superficie de material? Si el precio de 1 unidad cuadrada de superficie es de $0,50€$, ¿cuánto cuesta fabricar esa lata de menor superficie?

Ayuda: el valor V es una constante, no es una variable.

Ejercicio 2.- a) [1,5 puntos] Sea $f(x) = x^2 e^{-x^2}$. Determina las asíntotas y los intervalos de crecimiento. Hallar, si existen, los extremos relativos de la función.

b) [1 punto] ¿Es la función $f(x) = \begin{cases} \operatorname{sen}(x) & \text{si } -2\pi \leq x < 0 \\ x^2 - 2x & \text{si } 0 < x < 3 \end{cases}$ derivable $x=0$?

Ejercicio 3.- a) [1,5 puntos] Utiliza el teorema de Bolzano y el teorema de Rolle para probar que $x^4 - 2x^3 - 1 = 0$ tiene una única solución negativa.

b) [1 punto] Calcula $\lim_{x \rightarrow 64} \frac{\sqrt{x} - 8}{\sqrt[3]{x} - 4}$.

Ejercicio 4.- [2,5 puntos] Calcula $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - 2x - e^x + \operatorname{sen}(3x)}{x^2}$.

Opción B

Ejercicio 1.- [2,5 puntos] Un agricultor hace un estudio para plantar árboles en una finca. Sabe que si planta 24 árboles la producción media de cada uno de ellos es de 600 frutos. Estima que por cada árbol adicional plantado, la producción de cada árbol disminuye en 15 frutos por agotamiento de los recursos naturales del suelo.

¿Cuál debe ser el número total de árboles que debe tener la huerta para que la producción sea máxima?
¿Cuál es esa producción máxima?

Ejercicio 2.- a) [1,5 puntos] Calcula $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{1 - \operatorname{sen}\left(\frac{x}{2}\right)}{(x - \pi)^2}$.

b) [1 punto] Calcula el área del triángulo que forma el eje horizontal OX con las rectas tangente y normal a la función $f(x) = -x^2$ en el punto $x = 1$.

Ejercicio 3.- a) [1,5 puntos] Calcula a para que $f(x) = \begin{cases} 1 - \cos(x) & \text{si } x \leq 0 \\ x^2 + ax & \text{si } x > 0 \end{cases}$ verifique el teorema de Rolle en el intervalo $\left[-\frac{\pi}{2}, 1\right]$. Para ese resultado de a obtener el valor que predice el teorema en dicho intervalo.

b) [1 punto] Dada $f(x) = \frac{\cos(x^3 + 2x^2 + 3x)}{\sqrt{x^2 + x + 2}}$, demuestra que existe un valor $\alpha \in (-2, 1) / f'(\alpha) = 0$

Ejercicio 4.- [2,5 punto] Obtener la ecuación de la recta tangente a la función $f(x) = \left(\frac{3x-2}{7-9x}\right)^2$ en su punto de inflexión.