

Instrucciones:

a) Duración: 50 minutos.

b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**. Indica, en la primera hoja donde resuelves el examen, la opción elegida.

c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.

d) Contesta de forma razonada y escribe a bolígrafo (no a lápiz) ordenadamente y con letra clara. Las faltas de ortografía y la mala presentación pueden restar hasta un máximo de 2 puntos de la nota final (-0,25 por falta, borrón o tachón).

e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción A

Ejercicio 1.- a) [1 punto] Obtener de forma razonada el dominio de $f(x) = \sqrt{\ln(x-1)}$

a) [1,5 puntos] Demuestra que la ecuación $x^3 + x + 10 = 0$ tiene una única solución real.

Ejercicio 2.- [2,5 puntos] Sabiendo que $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \cos(x) + b \operatorname{sen}(x)}{x^3}$ es finito, calcular b y el valor del límite.

Ejercicio 3.- [2,5 puntos] Obtener la recta tangente y normal a $f(x) = \frac{\operatorname{sen}(x)}{x^2 - 2x + 1}$ en $x = 0$

Ejercicio 4.- [2,5 puntos] Resuelve $\lim_{x \rightarrow \infty} x \cdot \ln\left(\frac{x-1}{x+1}\right)$

| |
|-----------------|
| Opción B |
|-----------------|

Ejercicio 1.- [2,5 puntos] Sea la función $f(x) = -x + \frac{4}{x^2}$. Estudia los intervalos de crecimiento y decrecimiento. Calcula sus extremos relativos (abscisas donde se obtienen y valores que se alcanzan en las imágenes).

Ejercicio 2.- [2,5 puntos] Estudiar la continuidad y derivabilidad de $f(x)$ para todo valor de x .

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x}{1-e^x} & \text{si } x \neq 0 \\ -1 & \text{si } x = 0 \end{cases}$$

Ejercicio 3.- a) [1,5 puntos] Obtener la ecuación de la recta tangente a $f(x) = \frac{x^3}{(x-3)^2}$ en el punto $x=2$.

b) [1,5 puntos] Obtener a y b para que $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + 3$ tenga recta tangente $y = 3x - 1$ en $x = 2$.

Ejercicio 4.- [2,5 puntos] Se divide un segmento de longitud 200 cm en dos trozos. Con uno de los trozos se forma un cuadrado y con el otro trozo un rectángulo en el que la base es el doble de la altura. Calcula la longitud de cada uno de los trozos con la condición de que la suma de las áreas del cuadrado y del rectángulo sea mínima.
