

Instrucciones:

a) Duración: 50 minutos.

b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**. Indica, en la primera hoja donde resuelves el examen, la opción elegida.

c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.

d) Contesta de forma razonada y escribe a bolígrafo (no a lápiz) ordenadamente y con letra clara. Las faltas de ortografía y la mala presentación pueden restar hasta un máximo de 2 puntos de la nota final (-0,25 por falta, borrón o tachón).

e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción A

Ejercicio 1.- a) [1,5 puntos] Calcula $\lim_{x \rightarrow \infty} x \cdot (e^{\frac{1}{x}} - 1)$

b) [1 punto] Calcula $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{-x^2 + 6x - 5}{x - 1}$

Ejercicio 2.- [2,5 puntos] Sabiendo que $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \cos(x) + b \operatorname{sen}(x)}{x^3}$ es finito, calcular b y el valor del límite.

Ejercicio 3.- Un barco está anclado a 8 km del punto más próximo de la costa. Es necesario enviar un mensajero a una ciudad que está situada a 16 km del punto de tierra más próximo al barco, a lo largo de la costa. Si el mensajero va a pie, camina a una velocidad de 6 km/h. Y si va remando, avanza a 5 km/h.

a) [2 puntos] ¿A qué distancia de la ciudad debe desembarcar para llegar al campamento en el menor tiempo posible?

b) [0,5 puntos] ¿Cuánto será ese tiempo mínimo?

Ejercicio 4.- [2,5 puntos] Estudia los extremos relativos, los puntos de inflexión y los intervalos de crecimiento de $f(x) = \frac{1}{x} + \ln x$

Opción B

Ejercicio 1.- Sea $f(x) = \begin{cases} x^3 - 12x + 1 & \text{si } 0 \leq x \leq 1 \\ ax^2 + bx & \text{si } 1 < x \leq 2 \end{cases}$

- a) [1,5 puntos] Obtener a y b para que la función sea continua y derivable en todo su dominio.
- b) [1 punto] ¿Podemos aplicar el Teorema de Rolle a la función si $a=1$ y $b=-11$? En caso afirmativo, obtener el valor o valores que predice el Teorema de Rolle.

Ejercicio 2.- [2,5 puntos] Calcula $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{x - x \cdot \cos x}{x - \sin x} \right)$

Ejercicio 3.- [2,5 puntos] Obtener la ecuación de la recta tangente y normal a $f(x) = \frac{x^3}{(x-3)^2}$ en el punto $x=2$.

Ejercicio 4.- [2,5 puntos] Sea $f : [1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ la función definida por $f(x) = \sqrt{x-1}$. Determina el punto P perteneciente a $f(x)$ que se encuentre a menor distancia del punto $A(2,0)$. ¿Cuál es esa distancia mínima?