

Instrucciones:

a) Duración: 1 hora y 10 minutos.

b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**. Indica, en la primera hoja donde resuelves el examen, la opción elegida.

c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.

d) Contesta de forma razonada y escribe a bolígrafo (no a lápiz) ordenadamente y con letra clara. Las faltas de ortografía y la mala presentación pueden restar hasta un máximo de 2 puntos de la nota final (-0,25 por falta, borrón o tachón).

e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción A

Ejercicio 1.- [2,5 puntos] Sabiendo que $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \cdot \cos x + b \cdot \operatorname{sen} x}{x^3}$ es finito, calcula b y el valor del límite.

Ejercicio 2.- Sean las funciones $f(x) = |x(x-2)|$ y $g(x) = x+4$

a) [1 punto] Esboza las gráficas de las dos funciones sobre los mismos ejes. Calcula los puntos de corte (sus abscisas y sus ordenadas).

b) [1,5 puntos] Calcula el área del triángulo formado por los semiejes positivos de coordenadas y la recta tangente a la función $f(x)$ en un punto x del intervalo $[1, 2]$, sabiendo que la recta tangente es paralela a la recta que une los puntos $(1, f(1))$ y $(2, f(2))$.

Ejercicio 3.- Sea $f(x) = \begin{cases} x+2e^{-x} & \text{si } x \leq 0 \\ a \cdot \sqrt{b-x} & \text{si } 0 < x < 1 \end{cases}$

a) [1 punto] Determina a y b sabiendo que $f(x)$ es derivable en todo su dominio.

b) [1,5 puntos] Halla la ecuación de la recta tangente y la recta normal a la gráfica en $x = 0$.

Ejercicio 4.- [2,5 puntos] Estudia y representa $f(x) = \ln(1+x^2)$

Opción B

Ejercicio 1.- Sea $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$

a) [2 puntos] Halla a , b y c para que $f(x)$ tenga un punto de inflexión en $x = \frac{1}{2}$ y que la recta tangente en el punto $x = 0$ sea $y = 5 - 6x$.

b) [0,5 puntos] Para $a = 3$, $b = -9$ y $c = 8$ calcula los extremos relativos (sus valores de abscisa y ordenada).

Ejercicio 2.- Sean las funciones $f(x) = \frac{|x|}{2}$ y $g(x) = \frac{1}{1+x^2}$

a) [1 punto] Esboza las gráficas de las dos funciones sobre los mismos ejes. Calcula los puntos de corte (sus abscisas y sus ordenadas).

b) [1,5 puntos] Para qué valor positivo la recta tangente a la gráfica de $g(x)$ forma con los semiejes positivos de coordenadas un triángulo de área mínima.

Ejercicio 3.- [2,5 puntos] Calcula la base y la altura del triángulo isósceles de perímetro 8 unidades y área máxima. Calcular el valor del área máxima.

Ejercicio 4.- Sea $f(x) = \frac{x^2 - 2x}{6 - x^2}$

a) [1 punto] Estudiar sus asíntotas.

b) [0,5 puntos] Obtener los dos puntos de corte la gráfica con el eje OX y demostrar la existencia de un extremo relativo entre esos puntos de corte.

c) [1 punto] Demostrar la no existencia de puntos de inflexión.