

## Problemas – Tema 4

### Solución a problemas de Repaso y Ampliación 1ª Evaluación - Hoja 10 - Problemas 1, 10

#### ■ Hoja 10. Problema 1

1. Calcula  $\lim_{x \rightarrow 0} (\cos(x))^{\left(\frac{1}{\text{sen}(x)}\right)^2}$ .

$$\lim_{x \rightarrow 0} (\cos(x))^{\left(\frac{1}{\text{sen}(x)}\right)^2} = e^{\ln[\cos(x)]^{\left(\frac{1}{\text{sen}(x)}\right)^2}}$$

Aplicamos logaritmo  $\rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{\text{sen}^2(x)} \cdot \ln[\cos(x)] = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln[\cos(x)]}{\text{sen}^2(x)} = \frac{0}{0} \rightarrow$  Indeterminación

Aplicamos L'Hôpital  $\rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{-\text{sen}(x)}{\cos(x)}}{2 \text{sen}(x) \cos(x)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-1}{2 \cos^2(x)} = \frac{-1}{2}$

Aplicamos exponencial al resultado obtenido  $\rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} (\cos(x))^{\left(\frac{1}{\text{sen}(x)}\right)^2} = e^{\frac{-1}{2}} = \frac{1}{\sqrt{e}} = \frac{\sqrt{e}}{e}$

## Hoja 10. Problema 10

10. Calcula  $a$  para que el límite  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{ax} - e^x - x}{x^2}$  sea finito. Obtener el valor de dicho límite.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{ax} - e^x - x}{x^2} = \frac{0}{0} \rightarrow \text{L'Hôpital} \rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} \frac{ae^{ax} - e^x - 1}{2x} = \frac{a-1-1}{0} = \frac{a-2}{0}$$

Si el límite es finito, el numerador debe anularse para obtener una indeterminación y que el límite no se vaya a infinito.

$$a-2=0 \rightarrow a=2$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2e^{2x} - e^x - 1}{2x} = \frac{0}{0} \rightarrow \text{L'Hôpital} \rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} \frac{4e^{2x} - e^x}{2} = \frac{4-1}{2} = \frac{3}{2}$$