Problemas – Tema 4

Solución a problemas de Repaso y Ampliación 1ª Evaluación - Hoja 04 - Problemas 11

Hoja 4. Problema 11

Resuelto por Isabel Nicolás Carrillo (diciembre 2014)

11. Estudia y representa:

$f(x)=e^{-x^2}$

Dominio de la función es R por ser exponencial.

Recorrido es $(0,\ \infty)$ por ser exponencial.

Continuidad: Continua en todo su dominio.

Puntos de corte:
Eje OY: $x=0$ ➔ ➔ $e^0=1$ → (0, 1)
Eje OX: y = 0 → No pertenece a recorrido de la función → no corta al eje OY

ASÍNTOTAS:
Asíntota vertical:
$\nexists\ asíntota\ vertical\ porque\ es\ continua\ en\ todo\ su\ dominio$

Asíntota horizontal:
$\lim_{x\to\pm\infty} e^{-x^2}=\frac{1}{e^{\infty}}=0$

Asíntota horizontal en $y=0$

Asíntota oblicua:
NO hay porque hay asíntota horizontal.

CRECIMIENTO Y DECRECIMIENTO:
$f'(x)=-2\cdot x\cdot e^{-x^2}$

$f'(x)=0$ → Como e^{-x^2} nunca puede ser igual a 0, eso implica que $-2x=0$ y por tanto $x=0$

Estudiamos la primera derivada a la izquierda y a la derecha de $x=0$ para determinar si es un máximo o un mínimo.

	$x=-10$	$x=0$	$x=10$
$f'(x)$	Positivo	0	Negativo
$f(x)$	Creciente	Máximo $(0,1)$	Decreciente

Para x = 0 → $f(0)=1 \rightarrow Máximo\ en\ (0,1)$

CONCAVIDAD Y CONVEXIDAD:

$$f'(x)=-2\cdot x\cdot e^{-x^2}$$

$$f''(x)=-2(e^{-x^2}+x(-2x)e^{-x^2})=-2e^{-x^2}(1-2x^2)$$

Como e^{-x^2} no puede hacerse nunca 0, implica que $(1-2x^2)=0$

$x=\pm\sqrt{\frac{1}{2}} \rightarrow$ Estudiamos a la izquierda y a la derecha de $x=\pm\sqrt{\frac{1}{2}}$

	$x=0$	$x=\sqrt{\frac{1}{2}}$	$x=10$
$f''(x)$	Negativo	0	Positivo
$f(x)$	Cóncava	Punto de inflexión $(0,\sqrt{\frac{1}{2}})$	Convexa

	$x=-10$	$x=-\sqrt{\frac{1}{2}}$	$x=0$
$f''(x)$	Positivo	0	Negativo
$f(x)$	Convexa	Punto de inflexión $(0,-\sqrt{\frac{1}{2}})$	Cóncava

REPRESENTAMOS LA FUNCIÓN: