Problemas – Tema 4

Solución a problemas de Repaso y Ampliación 1ª Evaluación - Hoja 05 - Problemas 1, 4, 5, 6

Hoja 5. Problema 1

Resuelto por María Márquez (enero 2015)

1. Calcula

$$\lim_{x\to -2}\left(\frac{x+3}{5+2x}\right)^{\frac{1}{x+2}}$$

$$\lim_{x\to -2}\left(\frac{x+3+x+2-x-2}{5+2x}\right)^{\frac{1}{x+2}} = \lim_{x\to -2}\left(\frac{5+2x-x-2}{5+2x}\right)^{\frac{1}{x+2}} = \lim_{x\to -2}\left(1+\frac{-x-2}{5+2x}\right)^{\frac{1}{x+2}}$$

$$\lim_{x\to -2}\left(1+\frac{1}{\frac{5+2x}{-2-x}}\right)^{\frac{1}{x+2}} = \lim_{x\to -2}\left(1+\frac{1}{\frac{5+2x}{-2-x}}\right)^{\frac{1}{x+2}\cdot\frac{5+2x}{-2-x}\cdot\frac{-2-x}{5+2x}}$$

$$\lim_{x\to -2}\left(1+\frac{1}{\frac{5+2x}{-2-x}}\right)^{\frac{5+2x}{-2-x}\cdot\frac{-2-x}{(5+2x)(x+2)}} = \lim_{x\to -2}\left(1+\frac{1}{\frac{5+2x}{-2-x}}\right)^{\frac{5+2x}{-2-x}\cdot\frac{-(2+x)}{(5+2x)(x+2)}}$$

$$\lim_{x\to -2}\left(1+\frac{1}{\frac{5+2x}{-2-x}}\right)^{\frac{5+2x}{-2-x}\cdot\frac{-1}{(5+2x)}} = e^{\lim_{x\to -2}\frac{-1}{(5+2x)}} = e^{-1} = \frac{1}{e}$$

Hoja 5. Problema 4

Resuelto por Luís Sola Ruíz (diciembre 2014)

4. Calcula

$$\lim_{x\to\infty}\left(\frac{3x+6}{3x-8}\right)^{2x}$$

Es una indeterminación 1^{∞}

$$\lim_{x\to\infty}\left(\frac{3x+6-14+14}{3x-8}\right)^{2x} = \lim_{x\to\infty}\left(\frac{3x-8+14}{3x-8}\right)^{2x}$$

$$\lim_{x\to\infty}\left(\frac{3x-8}{3x-8}+\frac{14}{3x-8}\right)^{2x} = \lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{14}{3x-8}\right)^{2x}$$

$$\lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{1}{\frac{3x-8}{14}}\right)^{2x}$$

$$\left(\lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{1}{\frac{3x-8}{14}}\right)^{\frac{3x-8}{14}}\right)^{\frac{14}{3x-8}\cdot 2x}$$

Lo que está en el paréntesis es el número e, quedando:

$$e^{\lim_{x\to\infty}\frac{28x}{3x-8}} = e^{\frac{28}{3}}$$

Hoja 5. Problema 5

Resuelto por Carlos Pareja (enero 2015)

5. Calcula sin aplicar L'Hôpital

$$\lim_{x \to 0} \frac{x}{1-e^x}$$

Por infinitésimos podemos aproximar $e^x \simeq 1+x$

$$\lim_{x \to 0} \frac{x}{1-e^x} = \lim_{x \to 0} \frac{x}{-x} = -1$$

Hoja 5. Problema 6

Resuelto por Antonio Galdó Seiquer (enero 2015)

6. Encuentra una solución con precisión de dos cifras decimales de la gráfica.

$f(x)=\ln(x)+x$

Como no tiene una solución analítica, para solucionar este problema usaremos el Teorema de Bolzano en el intervalo [0,1 , 1] por ejemplo:

$f(0{,}1)=\ln(0{,}1)+0{,}1<0$

$f(1)=\ln(1)+1>0$

Como f(0,1)·f(1)<0 → podemos asegurar que tiene al menos un punto donde corta al eje OX. Vamos a probar algunos puntos del intervalo para acotar el valor aproximado de la solución a dos cifras decimales.

- ➔ [0,1 , 1] → probamos con **x=0,5** → $f(0{,}5)=\ln(0{,}5)+0{,}5<0$
- ➔ [0,5 , 1] → probamos con **x=0,7** → $f(0{,}7)=\ln(0{,}7)+0{,}7>0$
- ➔ [0,5 , 0,7] → probamos con **x=0,6** → $f(0{,}6)=\ln(0{,}6)+0{,}6>0$
- ➔ [0,5, 0,6] → probamos con **x=0,55** → $f(0{,}55)=\ln(0{,}55)+0{,}55<0$
- ➔ [0,55 , 0,6] → probamos con **x=0,58** → $f(0{,}58)=\ln(0{,}58)+0{,}58>0$
- ➔ [0,55 , 0,58] → probamos con **x=0,57** → $f(0{,}57)=\ln(0{,}57)+0{,}57\simeq 0$

Solución con dos cifras decimales: $x\simeq 0{,}57$