Problemas – Tema 5

Solución a problemas de Integrales - Hoja 23 - Problemas 5, 6, 7, 8

Hoja 23. Problema 5

5. $\int \frac{4x^3}{x^2+x}dx$

$I=\int \frac{4x^3}{x^2+x}dx=4\int \frac{x^2}{x+1}dx$ → Realimos el cociente de polinomios

$\frac{x^2}{x+1}=x-1+\frac{1}{x+1}$ → $I=4\int (x-1+\frac{1}{x+1})dx=4[\int x\,dx-\int dx+\int \frac{1}{x+1}dx]$

$I=2x^2-4x+4\ln|x+1|+C$

Hoja 23. Problema 6

6. $\int sen(x)\cdot \ln(\cos(x))\,dx$

Integramos por partes.

$$u=\ln(\cos(x)) \quad \rightarrow \quad u'=\frac{-sen(x)}{\cos(x)}$$

$$v'=sen(x) \quad \rightarrow \quad v=-\cos(x)$$

$$I=u(x)\cdot v(x)-\int v(x)\cdot u'(x)\,dx=-\cos(x)\cdot \ln(\cos(x))-\int \cos(x)\cdot \frac{sen(x)}{\cos(x)}\,dx$$

$$I=-\cos(x)\cdot \ln(\cos(x))-\int sen(x)\,dx$$

$$I=-\cos(x)\cdot \ln(\cos(x))+\cos(x)+C=\cos(x)[1-\ln(\cos(x))]+C$$

Hoja 23. Problema 7

7. $\int x\cdot\ln(\sqrt{1+x^2})\,dx$

Integramos por partes.

$$u=\ln(\sqrt{1+x^2}) \quad\rightarrow\quad u'=\frac{\frac{2x}{2\sqrt{1+x^2}}}{\sqrt{1+x^2}}=\frac{x}{1+x^2}$$

$$v'=x \quad\rightarrow\quad v=\frac{x^2}{2}$$

$$I=u(x)\cdot v(x)-\int v(x)\cdot u'(x)\,dx=\frac{x^2\ln(\sqrt{1+x^2})}{2}-\int\frac{x^2}{2}\cdot\frac{x}{1+x^2}\,dx=\frac{x^2\ln(\sqrt{1+x^2})}{2}-\frac{1}{2}\int\frac{x^3}{1+x^2}\,dx$$

Realizamos la división de polinomios.

$$\frac{x^3}{1+x^2}=x-\frac{x}{1+x^2}$$

$$I=\frac{x^2\ln(\sqrt{1+x^2})}{2}-\frac{1}{2}\int x\,dx+\frac{1}{2}\int\frac{x}{1+x^2}\,dx=\frac{x^2\ln(\sqrt{1+x^2})}{2}-\frac{1}{4}x^2+\frac{1}{4}\ln|1+x^2|+C$$

Hoja 23. Problema 8

8. $\int x^2 e^{2x} dx$

Integramos por partes.

$$u=x^2 \quad \rightarrow \quad u'=2x$$

$$v'=e^{2x} \quad \rightarrow \quad v=\frac{1}{2}e^{2x}$$

$$I=u(x)\cdot v(x)-\int v(x)\cdot u'(x)dx=\frac{1}{2}x^2 e^{2x}-\int x e^{2x} dx$$

Volvemos a aplicar partes.

$$u=x \quad \rightarrow \quad u'=1$$

$$v'=e^{2x} \quad \rightarrow \quad v=\frac{1}{2}e^{2x}$$

$$I=\frac{1}{2}x^2 e^{2x}-[\frac{1}{2}x e^{2x}-\frac{1}{2}\int e^{2x} dx]=\frac{1}{2}x^2 e^{2x}-\frac{1}{2}x e^{2x}+\frac{1}{4}e^{2x}+C=\frac{1}{2}e^{2x}(x^2-x+\frac{1}{2})+C$$