

Instrucciones:

a) Duración: 50 minutos.

b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**. Indica, en la primera hoja donde resuelves el examen, la opción elegida.

c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.

d) Contesta de forma razonada y escribe a bolígrafo (no a lápiz) ordenadamente y con letra clara. Las faltas de ortografía y la mala presentación pueden restar hasta un máximo de 2 puntos de la nota final (-0,25 por falta, borrón o tachón).

e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción A

Ejercicio 1.- Sea $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ -1 & 5 & -4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 5 & 5 & 2 \\ -2 & 8 & 0 \end{pmatrix}$ y $C = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -3 \\ 2 & 2 & 2 \\ -8 & -7 & -11 \end{pmatrix}$.

a) [1 punto] Comprobar $(A+B)^t \cdot B = (A^t+B^t) \cdot B$

b) [1,5 puntos] ¿Cuál es el rango de C ?

Ejercicio 2.- Sea el sistema de ecuaciones
$$\begin{cases} x+y+2z=0 \\ mx+y-z=m-2 \\ 3x+my+z=m-2 \end{cases}$$

a) [2 puntos] Discutir sus posibles soluciones según el valor del parámetro $m \in \mathbb{R}$.

b) [0,5 puntos] Resolver el sistema, si es posible, para $m=2$.

Ejercicio 3.- a) [1 punto] ¿Para qué valores de k admite inversa la matriz $A = \begin{pmatrix} k & 1 & 1 \\ 1 & k & 0 \\ 2 & 0 & k \end{pmatrix}$?

b) [1,5 puntos] Obtener la matriz inversa si $k=1$.

Ejercicio 4.- a) [1 punto] Dos matrices conmutan si se cumple $A \cdot B = B \cdot A$. Si $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, encontrar la matriz B que conmuta con A .

b) [1,5 puntos] Obtener A^2 , A^3 y A^n (demostrar esta última por inducción matemática).

Opción B

Ejercicio 1.- [2 puntos] Sea el sistema de ecuaciones
$$\begin{cases} x+y+2z=0 \\ mx+y-z=m-2 \\ 3x+my+z=m-2 \end{cases}$$

a) [2 puntos] Discutir sus posibles soluciones según el valor del parámetro $m \in \mathbb{R}$.

b) [0,5 puntos] Resolver el sistema, si es posible, para $m=2$.

Ejercicio 2.- Sea el sistema de ecuaciones
$$\begin{cases} ax+7y+5z=0 \\ x+ay+z=3 \\ y+z=-2 \end{cases}$$

a) [2 puntos] Discutir sus posibles soluciones según el valor del parámetro $m \in \mathbb{R}$.

b) [0,5 puntos] Resolver el sistema, si es posible, para $a=2$.

Ejercicio 3.- Sea $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ y $C = (-1 \ 1 \ 3)$.

a) [1 punto] Obtener A^{-1} .

b) [1,5 puntos] Obtener la matriz X que es solución de la ecuación matricial $AX=BC$.

Ejercicio 4.- Sea $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

a) [1,5 puntos] Obtener A^2 , A^3 y A^n (demostrar esta última por inducción matemática).

b) [1 punto] Obtener el resultado de la suma de matrices $A+A^2+A^3+\dots+A^n$