Instrucciones:

a) Duración: 50 minutos.

b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**. Indica, en la primera hoja donde resuelves el examen, la opción elegida.

c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.

d) Contesta de forma razonada y escribe a bolígrafo (no a lápiz) ordenadamente y con letra clara. Las faltas de ortografía y la mala presentación pueden restar hasta un máximo de 2 puntos de la nota final (-0,25 por falta, borrón o tachón).

e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción A

Ejercicio 1.- [2,5 puntos] Sea $A=\begin{pmatrix} -1 & -1 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ y $C=\begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$. Obtener la matriz X que verifica la ecuación matricial $A^2 X+B=C$.

Ejercicio 2.- Sea el sistema de ecuaciones $\begin{Bmatrix} ax+7y+5z=0 \\ x+ay+z=3 \\ y+z=-2 \end{Bmatrix}$

a) [2 puntos] Discutir sus posibles soluciones según el valor del parámetro $a \in \mathbb{R}$ (ayuda: para $a=0$ el sistema es compatible determinado).

b) [0,5 puntos] Resolver el sistema, si es posible, para $a=2$.

Ejercicio 3.- Sea $A=\begin{pmatrix} 1 & \lambda & 0 \\ 1 & 1 & 2 \\ 0 & -1 & -1 \end{pmatrix}$ y $B=\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}$. Calcula:

a) [1 punto] ¿Para qué valores de λ existe A^{-1} ?

b) [1,5 puntos] En la ecuación matricial $A \cdot X=B$, obtener X si $\lambda=4$.

Ejercicio 4.- a) [0,5 puntos] Sean A y B dos matrices cuadradas del mismo orden. ¿Es cierta la igualdad $(A+B)^2=A^2+B^2+2 \cdot A \cdot B$? Justificar la respuesta.

b) [2 puntos] ¿Qué es el rango de una matriz? Estudiar el rango de $A=\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a & 1 & a-1 \\ 1 & a & 1 \end{pmatrix}$ en función del parámetro a .

Opción B

Ejercicio 1.- a) [1 punto] Resuelve el siguiente sistema $\left\{\begin{matrix} x+y+z=3 \\ 2x-3y+2z=1 \\ 4x-2y+z=3 \end{matrix}\right\}$

b) [1,5 puntos] Resuelve el siguiente sistema $\left\{\begin{matrix} x-y-2z=-1 \\ 2x+3y+4z=4 \\ 5x-y+3z=16 \end{matrix}\right\}$ planteando una ecuación matricial del tipo $AX=C$, donde A sea la matriz de coeficientes del sistema, X la matriz de incógnitas del sistema y C la matriz de términos independientes del sistema. Debes resolver X aplicando, en algún momento, la matriz inversa de A .

Ejercicio 2.- Sea el sistema de ecuaciones $\left\{\begin{matrix} ax+7y+5z=0 \\ x+ay+z=3 \\ y+z=-2 \end{matrix}\right\}$

b) [2 puntos] Discutir sus posibles soluciones según el valor del parámetro $a\in\mathbb{R}$ (ayuda: para $a=0$ el sistema es compatible determinado).

b) [0,5 puntos] Resolver el sistema, si es posible, para $a=2$.

Ejercicio 3.- [2,5 puntos] María y Luis han realizado un desplazamiento en coche que ha durado 13 horas y durante el cual, un tiempo ha conducido María, otro ha conducido Luis y el resto han descansado. Luis ha conducido 2 horas más de las que han descansado, y el total de horas de descanso junto con las de conducción de Luis es 1 hora menos que las que ha conducido María. Encontrar el número de horas que ha conducido cada uno y las que han descansado.

Ejercicio 4.- Sea $A=\begin{pmatrix} \cos x & -sen\,x & 0 \\ sen\,x & \cos x & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$. Recuerda que $sen^2(x)+\cos^2(x)=1$.

a) [0,5 puntos] Comprobar que $A\cdot A^t=I$, donde I es la matriz identidad de orden 3.

b) [2 puntos] Obtener A^{-1} mediante el método de Gauss-Jordan y verificar que coincide con A^t .