

Instrucciones:

a) Duración: 50 minutos.

b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**. Indica, en la primera hoja donde resuelves el examen, la opción elegida.

c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.

d) Contesta de forma razonada y escribe a bolígrafo (no a lápiz) ordenadamente y con letra clara. Las faltas de ortografía y la mala presentación pueden restar hasta un máximo de 2 puntos de la nota final (-0,25 por falta, borrón o tachón).

e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción A

Ejercicio 1.- a) [1,5 puntos] $\int \frac{x+1}{x^3-x^2} dx$

b) [1 punto] $\int \arccos(x) dx$ (ayuda: integrar por partes)

Ejercicio 2.- [2,5 puntos] Sea $f''(x)=\ln(x)$. Obtener $f(x)$ sabiendo que $f'(1)=0$ y que $f(2)=1$.

Ejercicio 3.- a) [1,5 puntos] Discute las soluciones del siguiente sistema en función del parámetro k .

$$\begin{cases} x+y+z=0 \\ x+ky-2z=-1 \\ 2x+2y-kz=-1 \end{cases}$$

b) [1 punto] Calcular la inversa de $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

Ejercicio 4.- Sean las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$.

a) [0,5 puntos] ¿Qué es el rango? Obtener el rango de B .

b) [2 puntos] Obtener la matriz X que verifica $AX+X=A \cdot B^t$.

Opción B

Ejercicio 1.- Sean las funciones $f(x)=x^2-2x$ y $g(x)=-x^2+4x$.

a) [0,5 puntos] Representa las gráficas de ambas funciones, sobre los mismos ejes.

b) [2 puntos] Calcula el área total del recinto limitado por ambas gráficas.

Ejercicio 2.- [2,5 puntos] $\int \frac{e^{2x}-1}{2-e^x} dx$ (ayuda: cambio de variable $e^x=t$).

Ejercicio 3.- Se reúnen 30 estudiantes de humanidades, ingeniería y medicina en una biblioteca. Se sabe que entre los de humanidades e ingeniería duplican a los de medicina.

a) [1 punto] Con estos datos, ¿podemos averiguar cuántos de ellos son de medicina? ¿Por qué?

b) [1,5 puntos] ¿Podría haber 5 estudiantes más de ingeniería que de humanidades? Justifica la respuesta.

Ejercicio 4.- a) [1 punto] Sea la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$. Demostrar por inducción matemática A^n y

calcular la matriz suma $S = A + A^2 + A^3 + \dots + A^n$.

b) [1,5 puntos] Discute las posibles soluciones del sistema $\begin{cases} \lambda x + 2y = 3 \\ -x + 2\lambda z = -1 \\ 3x - y - 7z = \lambda + 1 \end{cases}$ en función de λ .