

Instrucciones:

a) Duración: 1 hora y 10 minutos.

b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**. Indica, en la primera hoja donde resuelves el examen, la opción elegida.

c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.

d) Contesta de forma razonada y escribe a bolígrafo (no a lápiz) ordenadamente y con letra clara. Las faltas de ortografía y la mala presentación pueden restar hasta un máximo de 2 puntos de la nota final (-0,25 por falta, borrón o tachón).

e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción A

Ejercicio 1.- a) [1 punto] ¿Para qué valores de a no existe la inversa de $A = \begin{pmatrix} a & 2 & 3 \\ 4 & 1 & 5 \\ 0 & -1 & a \end{pmatrix}$?

b) [1,5 puntos] Resuelve $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$

Ejercicio 2.- a) [1 punto] Resuelve $X \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$

b) [1,5 puntos] Halla el rango de la matriz según los valores de a .

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a & 1 & a-1 \\ 1 & a & 1 \end{pmatrix}$$

Ejercicio 3.- a) [1 punto] $\int_{-1}^1 \cotg^2(x) dx$

b) [1,5 puntos] $\int \frac{1}{1+\tg(x)} dx$

Ejercicio 4.- a) [1 punto] Calcula el área encerrada por la función $f(x) = \sen(x)$, el eje OX y las rectas verticales $x = -2\pi$, $x = 2\pi$

b) [1,5 puntos] $\int x \cdot \operatorname{arccotg}(x) dx$ (ayuda: puedes aplicar el método de integración por partes)

Opción B

Ejercicio 1.- Una matriz es ortogonal si su inversa coincide con su traspuesta. Comprobar si son ortogonales las siguientes matrices.

a) [1,5 puntos] $\begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$ b) [1 punto] $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

Ejercicio 2.- a) [1,5 puntos] Dada la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{n} & \frac{1}{n} \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ hallar $B = A + A^2 + A^3 + \dots + A^n$

b) [1 punto] Encontrar las matrices X, Y cuadradas de orden 2 que verifican:

$$\begin{cases} 2 \cdot X + 3 \cdot Y = \begin{pmatrix} 5 & 7 \\ 2 & 9 \end{pmatrix} \\ X - Y = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \end{cases}$$

Ejercicio 3.- a) [1 punto] $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{2 + \cos(x)} dx$

b) [1,5 puntos] $\int \sqrt{4 - x^2} dx$

Ejercicio 4.- a) [1 punto] Calcula el área encerrada por la función $f(x) = -x^2 - 10$, el eje OX y las rectas verticales $x = -2$, $x = 1$.

b) [1,5 puntos] $\int e^{3x} \cdot \text{sen}(x) dx$ (ayuda: puedes aplicar el método de integración por partes)