

**Instrucciones:**

**a) Duración:** 1 hora y 30 minutos.

**b)** Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**. Indica, en la primera hoja donde resuelves el examen, la opción elegida.

**c)** La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.

**d)** Contesta de forma razonada y escribe a bolígrafo (no a lápiz) ordenadamente y con letra clara. Las faltas de ortografía y la mala presentación pueden restar hasta un máximo de 2 puntos de la nota final (-0,25 por falta, borrón o tachón).

**e)** Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

**Opción A**

**Ejercicio 1.- [2,5 puntos]** Sabiendo que  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(x+1) - a \operatorname{sen}(x) + x \cos(3x)}{x^2}$  es finito, calcula  $a$  y el valor del límite.

**Ejercicio 2.- [2,5 puntos]** Halla la ecuación de la recta tangente a la gráfica de una función  $f(x)$  en el punto de abscisa  $x=1$  sabiendo que  $f(0)=0$  y  $f'(x) = \frac{(x-1)^2}{x+1}$  para  $x > -1$ .

**Ejercicio 3.-** Sean las matrices  $A = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$  y  $B = \begin{pmatrix} -3 & 3 & 2 \\ -8 & 7 & 4 \\ 8 & -6 & -3 \end{pmatrix}$

**a) [1,75 puntos]** Halla la matriz  $X$  que verifica  $A X + B = 2 A$ .

**b) [0,75 puntos]** Calcular  $B^2$  y  $B^{2016}$ .

**Ejercicio 4.-** Sea el punto  $P(1,0,5)$  y la recta  $r: \begin{cases} y+2z=0 \\ x=1 \end{cases}$ .

**a) [1 punto]** Determinar la ecuación del plano que pasa por  $P$  y es perpendicular a  $r$ .

**b) [1,5 puntos]** Calcula la distancia de  $P$  a la recta  $r$  y el punto simétrico de  $P$  respecto a  $r$ .

**Opción B**

**Ejercicio 1.-** Sea  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  la función definida por  $f(x) = \frac{x}{x^2+1}$ .

- a) **[0,75 puntos]** Determina las asíntotas de la gráfica de la función. Calcula los puntos de corte de dichas asíntotas con la gráfica.
- b) **[1,25 puntos]** Halla los intervalos de crecimiento y decrecimiento y los extremos relativos de la función (abscisas donde se obtienen y valores que se alcanzan).
- c) **[0,5 puntos]** Esboza la gráfica de la función.

**Ejercicio 2.-** Sea  $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$  la función dada por  $f(x) = \ln(x)$ .

- a) **[0,5 puntos]** Calcula la ecuación de la recta tangente a la gráfica de la función en el punto de abscisa  $x=1$ .
- b) **[2 puntos]** Esboza el recinto comprendido entre la gráfica de la función, la recta  $y=x-1$  y la recta  $x=3$ . Calcula su área.

**Ejercicio 3.- a) [1,5 puntos]** Sea el sistema de ecuaciones lineales 
$$\begin{cases} (3\alpha-1)x+2y=5-\alpha \\ \alpha x+y=2 \\ 3\alpha x+3y=\alpha+5 \end{cases}$$

- a) **[1,5 puntos]** Discútelos según los valores del parámetro  $\alpha$ .
- b) **[1 punto]** Resuélvelo para  $\alpha=1$  y determina en dicho caso, si existe, alguna solución donde  $x=4$ .

**Ejercicio 4.-** Sean las rectas  $r: \begin{cases} x=1+2\lambda \\ y=1-\lambda \\ z=1 \end{cases}$  y  $s: \begin{cases} x+2y=-1 \\ z=-1 \end{cases}$

- a) **[1,5 puntos]** Comprueba que ambas rectas son coplanarias y halla la ecuación del plano que las contiene.
- b) **[1 punto]** Sabiendo que dos de los lados de un cuadrado están en ambas rectas, calcula su área.