

Instrucciones:

a) Duración: 1 hora y 30 minutos.

b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**. Indica, en la primera hoja donde resuelves el examen, la opción elegida.

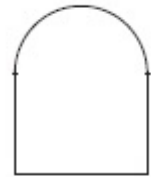
c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.

d) Contesta de forma razonada y escribe a bolígrafo (no a lápiz) ordenadamente y con letra clara. Las faltas de ortografía y la mala presentación pueden restar hasta un máximo de 2 puntos de la nota final (-0,25 por falta, borrón o tachón).

e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción A

Ejercicio 1.- [2,5 puntos] Se quiere hacer una puerta rectangular coronada por un semicírculo, como el de la figura. El hueco de la puerta tiene que tener 16 metros cuadrados. Si es posible, determina la base x para que el perímetro sea mínimo. La altura de la parte rectangular es h .



Ejercicio 2.- Considere la región limitada por las curvas $y=x^2$ e $y=-x^2+4x$.

a) [0,75 puntos] Esboza la gráfica de la región dada, hallando los puntos de corte de ambas curvas.

b) [0,75 puntos] Expresa el área como una integral.

c) [1 punto] Calcula el área.

Ejercicio 3.- Considera $A = \begin{pmatrix} -2 & -2 & 0 \\ -2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}$ y $X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$

a) [1 punto] Determina los valores de λ para los que la matriz $A + \lambda I$ no tiene inversa (I es la matriz identidad).

b) [1,5 puntos] Resuelve $AX = -3X$. Determina, si existe, alguna solución con $x=1$.

Ejercicio 4.- Considera el punto $P(1, -1, 0)$ y la recta $r: \begin{cases} x=1+3t \\ y=-2 \\ z=t \end{cases}$.

a) [1 punto] Determinar la ecuación del plano que pasa por P y contiene a r .

b) [1,5 puntos] Halla las coordenadas del punto simétrico de P respecto de r .

Opción B

Ejercicio 1.- Sea la función definida por $f(x) = \frac{x^2}{x-1}$ para $x \neq 1$.

- a) [1 punto] Estudia y determina las asíntotas de la gráfica de la función.
- b) [1,5 puntos] Estudia y determina los intervalos de crecimiento y decrecimiento y los extremos relativos de la función (abscisas donde se obtienen y valores que se alcanzan).

Ejercicio 2.- [2,5 puntos] Calcula $\int_1^{16} \frac{dx}{\sqrt{x} + \sqrt[4]{x}}$ (sugerencia: $t = \sqrt[4]{x}$)

Ejercicio 3.- Sabemos que el coste de 3 lápices, 1 rotulador y 2 carpetas es de 15€, mientras que el de 2 lápices, 4 rotuladores y 1 carpeta es de 20€.

- a) [1,5 puntos] Sabiendo que 1 lápiz y 7 rotuladores cuestan 25€, ¿podemos deducir el precio de cada uno de los artículos? Razona tu respuesta.
- b) [1 punto] Si por el precio de una carpeta se pueden comprar 10 lápices, ¿cuánto cuesta cada uno de los artículos?

Ejercicio 4.- Sean los vectores $\vec{u} = (1, 0, 1)$, $\vec{v} = (0, 2, 1)$, $\vec{w} = (m, 1, n)$.

- a) [1,25 puntos] Halla m y n sabiendo que los tres vectores son linealmente dependientes y que \vec{w} es ortogonal a \vec{u} .
- b) [1,25 puntos] Para n=1, halla los valores de m para que el tetraedro determinado por los tres vectores tenga volumen 10 unidades cúbicas.