Instrucciones:

a) Duración: 1 hora y 30 minutos.

b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**. Indica, en la primera hoja donde resuelves el examen, la opción elegida.

c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.

d) Contesta de forma razonada y escribe a bolígrafo (no a lápiz) ordenadamente y con letra clara. Las faltas de ortografía y la mala presentación pueden restar hasta un máximo de 2 puntos de la nota final (-0,25 por falta, borrón o tachón).

e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción A

Ejercicio 1.- [2,5 puntos] Halla los coeficientes a, b y c sabiendo que la función $f(x): \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definida por $f(x) = x^3 + a x^2 + b x + c$ tiene en $x = 1$ un punto de derivada nula que no es extremo relativo y que la gráfica pasa por el punto $(1,1)$.

Ejercicio 2.- Considera las funciones $f(x)$ y $g(x): \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ dadas por $f(x) = 6x - x^2$ y $g(x) = |x^2 - 2x|$.

a) [1,25 puntos] Esboza el recinto limitado por las gráficas de ambas funciones y calcula los puntos de corte de dichas gráficas.

b) [1,25 puntos] Calcula el área del recinto limitado por las gráficas de ambas funciones.

Ejercicio 3.- Dado el sistema de ecuaciones $\left\{ \begin{array}{c} x + 2y + (m+3)z = 3 \\ x + y + z = 3m \\ 2x + 4y + 3(m+1)z = 8 \end{array} \right\}$.

a) [1,75 puntos] Discute según los valores del parámetro m .

b) [1 punto] Resuelve el sistema para $m = -2$.

Ejercicio 4.- Considera los puntos $P(1,0,-1)$, $Q(2,1,1)$ y la recta dada por $r: x - 5 = y = \dfrac{z+2}{-2}$.

a) [1 punto] Determina el punto simétrico de P respecto de r .

b) [1,5 puntos] Calcula el punto de r que equidista de P y Q .

Opción B

Ejercicio 1.- [2,5 puntos] Determina $k \neq 0$ sabiendo que la función $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definida por $f(x) = \begin{cases} 3 - kx^2 & si \quad x \leq 1 \\ \dfrac{2}{kx} & si \quad x > 1 \end{cases}$ es derivable.

Ejercicio 2.- Considere las curvas $f(x) = 3 - x^2$ y $g(x) = \dfrac{-x^2}{4}$.

a) [1 punto] Calcula la ecuación de la recta tangente a la gráfica de $f(x)$ en el punto de abscisa $x = 1$ y comprueba que también es tangente a la gráfica de $g(x)$. Determina el punto de tangencia con la gráfica de $g(x)$.

b) [0,75 puntos] Esboza el recinto limitado por la recta $y = 4 - 2x$ y las gráficas de $f(x)$ y $g(x)$. Calcula todos los puntos de corte entre las gráficas (las dos curvas y la recta).

c) [0,75 puntos] Calcula el área del recinto descrito en el apartado anterior.

Ejercicio 3.- a) [1,5 puntos] Justifica que es posible hacer un pago de 34,50 euros cumpliendo las siguientes restricciones.

- Utilizando únicamente monedas de 50 céntimos de euro, de 1 euro y de 2 euros.
- Se tienen que utilizar exactamente un total de 30 monedas.
- Tiene que haber igual número de monedas de 1 euro como de 50 céntimso y 2 euros juntas.

¿De cuántas maneras y con cuántas monedas de cada tipo se puede hacer el pago?

b) [1 punto] Si se redondea la cantidad a pagar a 35€, justifica si es posible o no seguir haciendo el pago bajo las mismas condiciones que en el apartado anterior.

Ejercicio 4.- Considera el punto $P(2, -1, 3)$ y el plano Π de ecuación $3x + 2y + z = 5$.

a) [1 punto] Calcula el punto simétrico del punto respecto del plano.

b) [1,5 puntos] Calcula la distancia del punto al plano.
