Instrucciones:

a) Duración: 1 hora y 30 minutos.

b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**. Indica, en la primera hoja donde resuelves el examen, la opción elegida.

c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.

d) Contesta de forma razonada y escribe a bolígrafo (no a lápiz) ordenadamente y con letra clara. Las faltas de ortografía y la mala presentación pueden restar hasta un máximo de 2 puntos de la nota final (-0,25 por falta, borrón o tachón).

e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción A

Ejercicio 1.- Sea la función $f(x)=x^2-8\ln(x)$ definida en $f:1\rightarrow+\infty$.

a) [0,5 puntos] Estudia intervalos de crecimiento y decrecimiento.

b) [1 punto] Calcula los extremos absolutos y relativos de la función, y obtener el valor de la ordenada en cada extremo.

c) [0,5 puntos] Estudia los intervalos de concavidad y convexidad.

d) [0,5 puntos] ¿Posee asíntota oblicua la gráfica de la función? Justificar la respuesta.

Ejercicio 2.- Sea la función $f(x)=\ln(x^3-4x)$.

a) [0,5 puntos] Determina el dominio de la función.

b) [1 punto] Halla la ecuación de la recta tangente en el punto $x=-1$.

c) [1 punto] Calcula el área encerrada por la función $g(x)=x^3-4x$ y la recta $y=-x-2$.

Ejercicio 3.- Dado el sistema $\left\{\begin{matrix} x+y+z=2 \\ ax+2y+3z=0 \\ a^2x+4y+9z=-12 \end{matrix}\right\}$

a) [1,5 puntos] Estudiar la compatibilidad del sistema según el parámetro real a .

b) [1 punto] Resolver, si es posible, para $a=3$.

Ejercicio 4.- Sean los planos:

$\Pi_1: 2x+2y+az=1$, $\Pi_2: 2x+ay+2z=-2$ y $\Pi_3: ax+2y+2z=1$

a) [1 puntos] El valor de a para que los planos tengan una recta en común.

b) [0,5 puntos] Hallar el vector director de dicha recta.

c) [1 punto] Escribir las ecuaciones paramétricas de la recta común a los tres planos.

Opción B

Ejercicio 1.- Sea la función $f(x)=\frac{1}{2x}+\ln(x)$ definida para $x>0$.

a) [1 punto] Determina el punto de la gráfica en el que la pendiente de la recta tangente es máxima.

b) [0,5 puntos] Halla la ecuación de la recta normal a la gráfica en el punto de abscisa $x=1$.

c) [1 punto] Halla el área del triángulo formado por la recta tangente a la función en el punto $x=\frac{1}{e}$ con los semiejes positivos de coordenadas.

Ejercicio 2.- a) [1 punto] Calcula $\int_{-1}^{1} \ln(4-x)\,dx$.

b) [1,5 puntos] Sea $f(x)=-x^2+2x+3$ y la recta $2x+y-7=0$. Calcula el área encerrada por las gráficas de ambas funciones con el semieje positivo OX .

Ejercicio 3.- Sean las matrices $A=\begin{pmatrix} 1+m & 1 \\ 1 & 1-m \end{pmatrix}$ y $B=\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$

a) [0,5 puntos] ¿Para qué valores de m se verifica $A^2=2A+I$? (Siendo I la matriz identidad).

b) [1 punto] Para $m=1$ calcula A^{-1} .

c) [1 punto] Para $m=1$ calcula X que satisface $A\cdot X-B=A\cdot B$.

Ejercicio 4.- Sean las rectas:

$$r:\begin{Bmatrix} x=1+\lambda \\ y=1+\lambda \\ z=\lambda \end{Bmatrix} \quad , \quad s:\frac{x-1}{-2}=\frac{y}{1}=\frac{z-1}{-2}$$

a) [1,5 puntos] Halla la ecuación de la recta que corta perpendicularmente a ambas rectas.

b) [1 punto] Calcula la distancia entre ambas rectas.