

Problemas – Tema 6

Solución a problemas sobre Determinantes - Hoja 01 - Problemas 4, 5

Hoja 1. Problema 4

Resuelto por José Antonio Álvarez Ocete (abril 2015)

4. Siendo $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} -2 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \\ 3 & 0 & 1 \end{pmatrix}$. Calcula:

a) $|A|$ b) $|B|$ c) $|A \cdot B|$ d) $|A| \cdot |B|$

$$\text{a) } |A| = \begin{vmatrix} 2 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = (2+0+0) - (0+0+0) = 2$$

$$\text{b) } |B| = \begin{vmatrix} -2 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \\ 3 & 0 & 1 \end{vmatrix} = (-2+0+0) - (0+2+0) = -2-2 = -4$$

c) Según las propiedades de los determinantes, el determinante de A por B es lo mismo que el determinante de A por el determinante de B:

$$|A \cdot B| = |A| \cdot |B| = 2 \cdot (-4) = -8$$

$$\text{d) } |A| \cdot |B| = 2 \cdot (-4) = -8$$

Hoja 1. Problema 5

Resuelto por Luís Sola (abril 2015)

5. Calcula los siguientes determinantes:

$$\text{a) } \begin{vmatrix} \frac{-1}{2} & 3 \\ 2 & -1 \end{vmatrix} \quad \text{b) } \begin{vmatrix} a+b & a-b \\ a-b & a+b \end{vmatrix} \quad \text{c) } \begin{vmatrix} 1 & -1 & -3 \\ 2 & \sqrt{2} & -1 \\ -1 & 2 & -\sqrt{2} \end{vmatrix}$$

$$\text{a) } \begin{vmatrix} \frac{-1}{2} & 3 \\ 2 & -1 \end{vmatrix} = \frac{-1}{2} \cdot (-1) - 3 \cdot 2 = \frac{1}{2} - 6 = \frac{-11}{2}$$

$$\text{b) } \begin{vmatrix} a+b & a-b \\ a-b & a+b \end{vmatrix} = (a+b)^2 - (a-b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 - a^2 + 2ab - b^2 = 4ab$$

$$\text{c) } \begin{vmatrix} 1 & -1 & -3 \\ 2 & \sqrt{2} & -1 \\ -1 & 2 & -\sqrt{2} \end{vmatrix} = -2 - 1 - 12 - (3\sqrt{2} - 2 + 2\sqrt{2}) = -15 - (5\sqrt{2} - 2) = -13 - 5\sqrt{2}$$