

Problemas – Tema 8

Solución a problemas sobre Determinantes - Hoja 02 - Problemas 1, 6

Hoja 2. Problema 1

Resuelto por Isabel Navarro-Pelayo Torres (mayo 2015)

1. Calcula sin aplicar la regla de Sarrus (usa propiedades de los determinantes) el

valor del determinante siguiente:

$$\begin{vmatrix} yz & \frac{1}{x} & x \\ xz & \frac{1}{y} & y \\ xy & \frac{1}{z} & z \end{vmatrix}$$

Desarrollaremos el determinante por la fila $i=2$, sabiendo que el determinante de una matriz es igual a la suma de los productos de los elementos de una línea por sus respectivos adjuntos.

$$|A| = \begin{vmatrix} yz & \frac{1}{x} & x \\ xz & \frac{1}{y} & y \\ xy & \frac{1}{z} & z \end{vmatrix} = (xz) \cdot A_{21} + \frac{1}{y} \cdot A_{22} + y \cdot A_{23} = -(xz) \cdot \begin{vmatrix} \frac{1}{x} & x \\ \frac{1}{z} & z \end{vmatrix} + \frac{1}{y} \cdot \begin{vmatrix} yz & x \\ xy & z \end{vmatrix} - y \cdot \begin{vmatrix} yz & \frac{1}{x} \\ xy & \frac{1}{z} \end{vmatrix}$$

$$|A| = -xz \left(\frac{z}{x} - \frac{x}{z} \right) + \frac{1}{y} (yz^2 - x^2 y) - y(y - y) = -(z^2 - x^2) + (z^2 - x^2) - 0 = 0$$

Hoja 2. Problema 6

Resuelto por José Juan Hidalgo (abril 2015)

2. Resuelve.

$$\text{a) } \begin{vmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 1 & x & \frac{1}{3} \\ 0 & 3 & x \end{vmatrix} = 0$$

$$\text{b) } \begin{vmatrix} 1 & x & x^2 \\ 1 & 5 & 25 \\ 1 & 3 & 9 \end{vmatrix} = 0$$

$$\text{a) } \begin{vmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 1 & x & 1/3 \\ 0 & 3 & x \end{vmatrix} = 0 \quad \text{Aplicando la regla de Sarrus}$$

$$x^2 + 0 - 3 - (0 + 1 + 0) = 0; x^2 - 3 - 1 = 0; x^2 - 4 = 0; x^2 = 4; x = \pm\sqrt{4} \rightarrow x = \pm 2$$

$$\text{b.) } \begin{vmatrix} 1 & x & x^2 \\ 1 & 5 & 25 \\ 1 & 3 & 9 \end{vmatrix} = 0 \quad \text{Aplicando la regla de Sarrus}$$

$$3x^2 + 25x + 45 - (5x^2 + 9x + 75) = 0; 3x^2 - 5x^2 + 25x - 9x + 45 - 75 = 0; -2x^2 + 16x - 30 = 0$$

$$x = \frac{-16 \pm \sqrt{16x^2 - (4 * (-2)) * (-30)}}{2 * (-2)}; x = \frac{-16 \pm \sqrt{256 - 240}}{-4}; x = \frac{-16 \pm \sqrt{16}}{-4}; x = \frac{-16 \pm 4}{-4}$$

$$x = \left\{ \begin{array}{l} \frac{-16+4}{-4} \\ \frac{-16-4}{-4} \end{array} \right\}; x = \left\{ \begin{array}{l} \frac{-12}{-4} \\ \frac{-20}{-4} \end{array} \right\}; \left\{ \begin{array}{l} x=3 \\ x=5 \end{array} \right\} \rightarrow x=3, \quad x=5$$