

Problemas – Tema 6

Solución a problemas sobre Determinantes - Hoja 04 - Problemas 2, 3

Hoja 4. Problema 2

Resuelto por Inma Esteban (abril 2015)

2. Determina, aplicando determinantes, para qué valores de a no existe inversa.

$$\mathbf{a)} \quad A = \begin{pmatrix} 1 & a & -1 \\ a & a & 3 \\ 4 & 1 & -a \end{pmatrix}$$

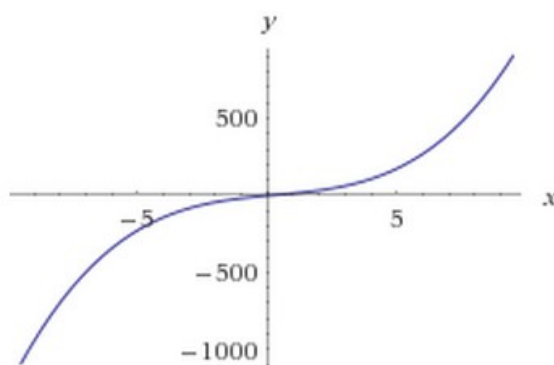
$$\mathbf{b)} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ a & 1 & a \\ 4 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{c)} \quad C = \begin{pmatrix} 4 & a & 4 \\ 0 & a & 3 \\ a & a & 1 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{a)} \quad |A| = -a^2 + 12a - a - (-4a + 3 - a^3) = a^3 - a^2 + 15a - 3$$

$$\text{Para que no exista inversa} \rightarrow |A| = 0 \rightarrow a^3 - a^2 + 15a - 3 = 0$$

Cuyas soluciones no son obvias de obtener por Ruffini. Podemos aplicar Bolzano para obtener un intervalo que contenga a las soluciones (que serán tres como máximo, al ser polinomio de grado tres), o bien estimar las soluciones con un programa de representación gráfica.



Solución aproximada: $a \approx 0.2$

$$\mathbf{b)} \quad |B| = -1 + 0 - a - (-4 + a) = 3 - 2a$$

$$|B| = 0 \rightarrow a = \frac{3}{2}$$

$$c) |C| = 4a + 3a^2 + 0 - (4a^2 + 12a + 0) = -a^2 - 8a$$

$$|C| = 0 \rightarrow -a^2 - 8a = 0 \rightarrow a(a + 8) = 0 \rightarrow a = 0, a = -8$$

Hoja 4. Problema 3

Resuelto por Sara Aparicio (abril 2015)

3. Sea A una matriz cuadrada de orden 4 con determinante $|A|=2$. Hallar:

a) $|3A^{-1}|$

b) $|(3A)^{-1}|$

a) $|3A^{-1}|=3^4|A^{-1}|=81\frac{1}{|A|}=\frac{81}{2}$

b) $|(3A)^{-1}|=\frac{1}{|3A|}=\frac{1}{3^4|A|}=\frac{1}{81\cdot 2}=\frac{1}{162}$